

Bienvenue en prépa E.C.G. !

Chères étudiantes, chers étudiants,

Tout d'abord, nous vous souhaitons la bienvenue en CPGE ECG au sein de la cité scolaire Gambetta Carnot d'Arras.

Vous trouverez dans ce document quelques recommandations de lecture et entraînements qui vous accompagneront cet été.

De plus, rapidement après la rentrée, vous aurez la possibilité de suivre des « itinéraires », des heures de cours optionnelles à votre convenance, qui vous proposerons entre autres une remédiation aux lacunes dans l'ensemble des disciplines échelonnée sur toute l'année.

Nous vous félicitons d'avoir choisi cette voie et vous présentons les grandes lignes de la CPGE. D'abord la prépa offre un « répit » dans le tumulte de l'orientation. En effet, c'est l'occasion pour les étudiants d'affiner pendant deux ans leur projet d'études ou professionnel. Ce sont aussi deux années qui permettent d'acquérir une méthode, un rythme de travail, d'approfondir les connaissances que vous avez reçues jusqu'en terminale et de se constituer un solide bagage culturel et intellectuel.

D'un point de vue plus personnel, la prépa c'est apprendre à apprendre, découvrir ou repousser ses limites mais entouré d'enseignants bienveillants qui vous accompagnent.

À l'issue de chaque année de prépa, des crédits universitaires (ECTS) sont accordés si l'étudiant à fait preuve de sérieux, de telle sorte qu'il puisse poursuivre ses études à l'université si son projet de formation évolue et si finalement, la prépa ne répondait pas à ses attentes.

Bien souvent, les étudiants de prépa ECG font le choix de se présenter aux concours des écoles de commerce. Là encore, les enseignants vous guident afin de sélectionner les concours qui répondront le plus à vos attentes et qui se traduisent généralement par une offre d'emploi à la fin de la formation suivie.

Ne soyez pas effrayés par nos recommandations de travail si elles vous paraissent insurmontables. Elles visent avant tout à vous préparer au mieux pour l'année prochaine. Mettez pour cela des priorités dans vos révisions et faites-vous un planning régulier.

Nous vous souhaitons un bel été, de bonnes vacances mais aussi ... d'agréables révisions afin que vous envisagiez la rentrée dans nos murs de la manière la plus sereine.

Les professeurs de la classe préparatoire économique et commerciale
de la Cité Scolaire Gambetta-Carnot

TABLE DES MATIÈRES

Mathématiques	3
Histoire, Géographie, Géopolitique	4
Économie, Sociologie, Histoire	6
Français	11
Philosophie	12
Langues vivantes	13
anglais	14
espagnol	16
allemand	19
italien	21

ANNEXES

Annexe 1 : cahier de vacances d'Économie, Sociologie, Histoire (ESH)	24
Annexe 2 : cahier de vacances de mathématiques	36

Chers futurs élèves,

Je vous souhaite la bienvenue en CPGE et dans ma classe tout particulièrement. Nous travaillerons ensemble pour que vous puissiez donner le meilleur de vous-même, sans jamais oublier l'optique des concours qui représentent la finalité des deux années de prépa. Cette formation vous demandera beaucoup de votre temps et de votre énergie, mais elle vous apportera aussi une expérience extrêmement enrichissante. J'attends de vous du sérieux, du travail, de l'écoute et de l'investissement. Mais je ne doute pas que vous saurez faire preuve de tout cela.

Le travail pour la rentrée figure en annexe 2, sous le titre « mathématiques en ECG1 - devoirs de vacances et stage de pré-rentrée 2026 ». La consultation de ce document est obligatoire. Il comporte aussi toutes les informations nécessaires sur le stage de remise à niveau en mathématiques proposé au lycée du 25 au 28 août 2026.

ORGANISATION DE LA MATIERE

L'enseignement des mathématiques représente une part importante du programme en ECG1. L'enseignement des mathématiques en première année se répartit comme suit :

- 6h de cours,
- 2h de TD,
- 1h de TP d'informatique en Python,

auxquels viendront se rajouter 1h de colle toutes les deux semaines, quelques devoirs de 4h, 2 concours blanc et des petits contrôles réguliers.

Le programme de mathématiques en ECG1, comme vous le verrez, fait intervenir à la fois de l'algèbre (logique et raisonnement, calcul matriciel et résolution de systèmes linéaires, espaces vectoriels et applications linéaires), de l'analyse (suites de nombres réels, fonctions réelles d'une variable réelle, calcul intégral et équations différentielles, étude élémentaire des séries) ainsi que des probabilités (probabilités sur un univers fini, variables aléatoires discrètes, statistiques) qui représentent une partie importante du programme.

DES RÉFÉRENCES

Il n'y a pas de livres spécifiques à acheter en maths, car le cours polycopié, les feuilles de TD, les devoirs se suffisent à eux-mêmes. Si vous désirez acheter un ouvrage pour préparer efficacement votre rentrée, je vous conseille le livre suivant :

Mathématiques – Réviser et consolider les bases de Terminale pour réussir la 1ère année d'ECG – Complément Python (2e édition). Éditeur : Ellipse

L'Histoire Géographie Géopolitique représentera 7 heures dans votre emploi du temps de première année ECG. Le programme des deux années vise essentiellement à vous donner une culture historique et géographique solide **mise au service du décryptage des enjeux géopolitiques contemporains : dynamiques de puissance, rivalités, conflits**. L'horaire alloué doit nous permettre de traiter ensemble le programme des deux années tout en prenant le temps de travailler la méthode des exercices proposés au concours.

Voici quatre recommandations et/ou consignes obligatoires pour votre été :

1. **Recommandation** : revoyez la **chronologie des 20^{ème} et 21^{ème} siècles** à partir de vos cours d'histoire *et de* géographie de lycée. Vous pouvez dès à présent commencer à établir un outil de travail (sous la forme d'un fichier texte ou d'un fichier de tableur) en relevant les dates clés. Il faut se repérer dans le temps : grands conflits mondiaux, conflits régionaux, affrontement Est Ouest, fin des empires coloniaux, dates clés de la mise en place de la mondialisation contemporaine etc.

2. **Obligatoire** : apprenez la liste des dirigeants actuels des Etats ou quasi Etats suivants (**interrogation dans la semaine suivant celle de la rentrée**). Pour les citer, apprenez Prénom NOM et date d'arrivée au pouvoir

- | | | | |
|--------------------------|-------------------|--------------|--|
| • Chine | • Arabie Saoudite | • Etats Unis | • Afrique du Sud |
| • Inde | • Iran | • Canada | • Soudan du Nord |
| • Japon | • Turquie | • Argentine | • Soudan du Sud |
| • Russie | • Allemagne | • Tunisie | • République Démocratique du Congo (RDC) |
| • Biélorussie | • Italie | • Algérie | |
| • Brésil | • Espagne | • Egypte | |
| • Israël | • Royaume Uni | • Mali | |
| • Autorité palestinienne | • Hongrie | • Sénégal | |
| | • Pologne | • Nigéria | |

3. **Recommandation** : soyez attentifs à la **géopolitique mondiale telle qu'elle apparaît dans l'actualité internationale**.

4. **Recommandation** Pour suivre cette actualité je vous suggère en particulier le *podcast*, *l'écoute des émissions de France Culture* suivantes :

➤ « Les enjeux internationaux », par Baptiste MUKENSTURM.

Un format quotidien bref mais très synthétique (10 minutes).

<https://www.franceculture.fr/emissions/les-enjeux-internationaux>.

➤ « Cultures Monde », par Julie GACON

Des émissions plus nourries (55 minutes) <https://www.franceculture.fr/emissions/culturesmonde>

Ces deux émissions font toujours appel à des intervenants de qualité.

Et surtout, passez des vacances reposantes, pour arriver en forme et prêts à entamer deux belles années de classe préparatoire.

Au plaisir de faire votre connaissance

Laurent COUDRIER, professeur d'HGGMC

Chères étudiantes, chers étudiants,

Bienvenue dans la CPGE ECG du lycée Gambetta-Carnot ! Vous avez choisi de suivre l'enseignement d'Économie, Sociologie, Histoire du monde contemporain (ESH). Celui-ci représentera 8h (+1h d'AP) dans votre emploi du temps, auxquelles s'ajouteront des colles d'une durée de 20 minutes toutes les deux semaines. En cette première année, vous découvrirez les fondements de l'économie et de la sociologie et questionnerez notamment les notions de marché, croissance, développement, mobilité sociale ou encore d'organisation du travail. L'objectif est d'acquérir une solide culture théorique et historique en économie, mise au service de la compréhension des grands enjeux de nos sociétés. Doit-on limiter la dette publique ? Quel rôle pour l'Etat ? Quelle est la bonne fiscalité ?... Afin de vous préparer aux concours, nous reviendrons également sur l'exercice de la dissertation, à travers des séances de méthodologie et plusieurs entraînements dans l'année.

Vous trouverez ci-dessous le programme officiel d'ESH en 1^{ère} année, quelques indications bibliographiques ainsi que le travail à réaliser cet été. **Le « cahier de vacances » pour cet été se trouve sur ce document, en annexe n°1, p. 24.**

Nous avons hâte de vous rencontrer !

Virginie JAILLOUX (virginie.jaillouxesh@yahoo.com),
Pierre VUYLSTEKER (pvuylsteker.ses@gmail.com)

I. Programme officiel d'ESH en 1^{ère} année

Cours dispensés par Virginie Jailloux (3h/semaine)	Cours dispensés par Pierre Vuylsteker (5h + 1h/semaine)
<p>Thème : Le comportement des agents et le fonctionnement du marché</p> <ul style="list-style-type: none">• L'équilibre micro-économique du producteur et du consommateur• L'offre, la demande et l'équilibre du marché en concurrence parfaite• Les défaillances de marché <p>Thème : Entreprise et organisations</p> <ul style="list-style-type: none">• Les transformations de l'entreprise et de sa gouvernance depuis le XIX^e siècle• Concurrence imparfaite et stratégies des firmes• Éléments de sociologie du travail et des organisations	<p>Thème : Les fondements de l'économie</p> <ul style="list-style-type: none">• Les acteurs et les grandes fonctions de l'économie• La monnaie et le financement de l'économie• Les grands courants de la pensée économique depuis le XVI^e siècle <p>Thème : Les fondements de la sociologie</p> <ul style="list-style-type: none">• Les grands courants de la pensée sociologique depuis le XIX^e siècle et la pluralité des méthodes sociologiques <p>Thème : La croissance et le développement</p> <ul style="list-style-type: none">• La croissance économique• Inégalités et stratégies de développement

	<ul style="list-style-type: none"> • La soutenabilité de la croissance et du développement <p>Thème : Les transformations des structures économiques, sociales et démographiques depuis le XIX^e siècle</p> <ul style="list-style-type: none"> • Les transformations des structures économiques et financières • Mobilité sociale et transformations des structures sociales • Transformations démographiques et évolution des modes de vie
--	---

II. Bibliographie, sitographie, presse et podcasts

Parmi cette bibliographie, aucun ouvrage n'est à acheter « obligatoirement ». Pour autant, nous vous conseillons très fortement de posséder un manuel d'ESH.

Pour revoir le programme de SES du lycée

Avoir suivi la spécialité SES au lycée n'est pas un prérequis en ESH. Pour autant, cela ne peut qu'aider d'être familier avec le vocabulaire économique. Pour parcourir le programme de SES, vous pouvez consulter un manuel de cette discipline. Une autre approche, qui nous semble peut-être plus « digeste », consiste à lire quelques tomes de la série *Toute l'éco en BD*. Voici une sélection des tomes qui vous seraient utiles :



C. Fumat, E. Boudet, Lyan, M. Hopsie, V. Bascaglia, *Toute l'éco et la socio en BD. Programme de seconde*, La Boîte à Bulles, Belin éducation, 2019 : cibler les chapitres :

- « Comment les économistes, les sociologues et les politistes raisonnent-ils et travaillent-ils ? »
- « Comment crée-t-on des richesses et comment les mesure-t-on ? »
- « Comment se forment les prix sur un marché ? »



C. Fumat, E. Boudet, M. Hopsie, *Toute l'éco en BD. Intégrale : programme de première*, La Boîte à Bulles, Belin éducation, 2023



C. Fumat, V. Bascaglia, *Toute l'éco en BD. 5. La croissance économique*, La Boîte à Bulles, Belin éducation, 2022

Manuel d'ESH

Acquérir un manuel d'ESH qui vous suivra en première et seconde année est particulièrement utile pour accompagner les cours qui vous seront dispensés. Cela vous permettra de compléter vos notes ou encore de bénéficier d'une autre formulation pour revenir sur des notions ou thèses d'auteurs que vous n'auriez pas bien comprises. Si nous trouvons celui publié par Bréal particulièrement riche, vous pouvez opter pour un autre manuel qui vous parlerait davantage.

- Pierre-André Corpron, *Economie, sociologie et histoire du monde contemporain* - Prépas ECG, 1^{re} & 2^e années, Edition 2026-2027, Bréal

Ouvrages généraux

Ces ouvrages proposent une introduction aux grandes questions des trois disciplines constitutives de l'ESH.

- E. Combe, *Précis d'économie*, 17^{ème} édition, Ed. PUF, 2025
- P. Riutort, *Précis de sociologie*, 7^{ème} édition, Ed. PUF, 2025
- J. Brasseul, *Petite histoire des faits économiques. Des origines à nos jours*, 7^{ème} édition, collection U, Armand Colin, 2025

Ouvrages de synthèse

- M. Montoussé et I. Waquet, *100 fiches de micro et macroéconomie*, Bréal, 6^{ème} édition, 2026
- M. Montoussé et G. Renouard, *100 fiches pour comprendre la sociologie*, Bréal, 11^{ème} édition, 2024
- S. d'Agostino, V. Barou, A. Figliuzzi, M. Montoussé, *100 fiches pour comprendre l'histoire économique contemporaine*, Bréal, 6^e édition, 2024

Dictionnaires

Particulièrement utile pour vous familiariser avec le vocabulaire propre à l'économie et à la sociologie.

- Alain Beitone et autres, *Dictionnaire de science économique*, 7^e édition, Dunod, 2023
- R. Boudon et autres, *Dictionnaire de la sociologie*, Ed. Larousse, Poche, 2023

Les étudiantes et étudiants qui n'ont pas suivi la spécialité SES peuvent aussi envisager l'achat d'un dictionnaire de SES niveau lycée.

Méthodologie de la dissertation

- Bedenc Léo, De Vaugiraud Patrick, Morin Étienne, *La dissertation d'ESH*, Ellipses, Coll. Perspectives, 2024

Sitographie

Le site www.melchior.fr propose :

- des cours en lignes, des dossiers documentaires, des dissertations corrigées en lien avec le programme d'ESH : <https://www.melchior.fr/espace-classe-prepa>
- des cours en lignes en sciences économiques sociales (niveaux 1^{ère} et Terminale), très utiles pour les étudiants n'ayant pas suivi cet enseignement au lycée et pour ceux qui veulent

réviser : <https://www.melchior.fr/espace-premiere> et <https://www.melchior.fr/espace-terminale>

- des ressources pour se préparer à l'intégration en CPGE : des informations sur les CPGE, les sujets et les corrigés des épreuves d'ESH (écrit et oral)
- des notes de lecture d'ouvrages, des études de cas, des faits d'actualités, des chiffres etc.

Vous pouvez aussi vous abonner à la newsletter du site www.brief.eco. Chaque mercredi, vous recevrez un mail traitant de l'actualité économique. Simple d'accès et très utile pour enrichir vos copies d'exemples concrets et de faits d'actualité !

Presse

Suivre l'actualité, notamment économique, est particulièrement important dans votre cursus. Voici quelques titres qui pourraient vous y aider :

- La rubrique « Economie » du journal *Le Monde* | <https://www.lemonde.fr/economie/>
Vous avez un accès gratuit sur l'ENT : application « MEDIACENTRE » > onglet « Europresse » > publications PDF > rechercher « Le Monde »
- *Les Echos* : quotidien | <https://www.lesechos.fr/>
- *La Tribune* : hebdomadaire | <https://www.latribune.fr/>
- *Alternatives Economiques* : mensuel | <https://www.alternatives-economiques.fr/>

Podcast

Pour varier les supports, ou combiner séance de sport et préparation de la rentrée par exemple, vous pouvez écouter l'une des émissions suivantes en podcast :



L'édito éco de Dominique Seux, France Inter : un édito de plus ou moins 5 minutes, diffusé du lundi au jeudi durant la matinale de France Inter. Très utile pour suivre l'actualité économique.



Le débat éco de Dominique Seux et Thomas Porcher, France Inter : 15 minutes de débat tous les vendredis. Opposition de deux approches autour de faits d'actualité.



On n'arrête pas l'éco d'Alexandra Bensaïd, France Inter : 45 minutes tous les samedis matins. Facile d'accès, très pratique là encore pour suivre l'actualité. Les interviews de personnalité en fin d'émission peuvent aussi permettre d'illustrer des copies.



Le Journal de l'éco d'Anne-Laure Chouin, France Culture : 5 minutes du lundi au vendredi durant la matinale de France Culture. Très utile pour suivre l'actualité économique.



Entendez-vous l'éco d'Aliette Hovine, France Culture : 1 heure tous les lundis. Des invités de qualité et une émission qui prend le temps d'approfondir les thématiques abordées.



Le pourquoi du comment : économie et social de Dominique Méda, France Culture : pour retravailler des notions du programme grâce à une émission de radio.

III. Programme de travail de l'été

Travail obligatoire

« Remise à niveau » / révisions

Si le programme d'ESH fait écho à celui des Sciences Economiques et Sociales dispensé au lycée, vous n'avez pas toutes et tous suivis cet enseignement en première et/ou terminale. Afin de vous permettre d'aborder au mieux les cours dès la rentrée, ces synthèses et exercices vous permettront de découvrir quelques grandes notions d'économie. Pour celles et ceux qui ont suivi la spécialité SES, il ne s'agira que de révisions.

Lectures

- *Alternatives économiques*, numéro de juillet-août 2026
- J. Couppey-Soubeyran, *L'argent expliqué à ma mère... et à son banquier*, Seuil, 2025



- La première session de colles de l'année, qui devrait débuter mi-septembre, portera sur le travail de « remise à niveau » / révisions ainsi que sur les lectures obligatoires de l'été. Pensez donc à prendre des notes de lecture concernant l'ouvrage de J. Couppey-Soubeyran.

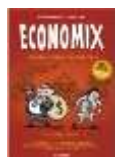
Travail facultatif



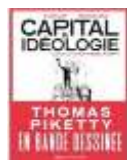
P. Artus, M-P. Virard, *Quelle France en 2050 ?*, 2024



J. Brasseul, *Petite histoire des faits économiques. Des origines à nos jours*, 7^{ème} édition, collection U, Armand Colin, 2025



M. Goodwin, D. E. Burr, *Economix*, Les arènes Eds, 2023 : BD sur l'économie générale



C. Alet et B. Adam, *Capital et idéologie en bande dessinée*, Éditions Seuil, 2022 : BD sur la question des inégalités et de la redistribution, d'après le livre de Thomas Piketty.



Olivier Bossard, Maud Rivière, *La grande aventure du bitcoin et de la blockchain*, Éditions La découverte - Delcourt, 2022 : BD sur la monnaie et la finance.



C. Blain, J-M. Jancovici, *Le Monde sans fin*, 2022 :

BD sur la question de la soutenabilité de la croissance et de la transition écologique.

L'enseignement de **Lettres-philosophie** en ECG a longtemps été intitulé **Culture générale**. Si le nom a changé, l'ambition est restée la même : vous permettre d'enrichir votre culture et de mieux comprendre le monde. Ce cours dédoublé commun à la Philosophie et aux lettres vous entraîne à développer votre réflexion personnelle, ainsi qu'à aiguïser votre sens critique. Il vous exerce à l'expression écrite et orale et renforce votre aptitude à communiquer.

Dans la perspective de la préparation aux concours, il vise à la maîtrise des exercices de la **dissertation**, de l'**étude et synthèse de textes** et du **résumé**, qui sont les trois épreuves de Lettres-Philosophie des banques d'épreuves.

En première année, 9 domaines seront abordés (voir la page « Philosophie »). Ce programme vaste et ambitieux requiert de la curiosité, de l'ouverture et une pratique culturelle régulière autant que diversifiée : lectures, visionnage de documentaires, de films, de spectacles, auditions de podcasts ou d'émissions culturelles, visites d'expositions (musées ou virtuelles)... Il est conseillé de garder sur des fiches ou dans un carnet une trace de chaque découverte pour qu'elle puisse être mobilisée dans une dissertation ou à l'oral. Une pratique créative, quelle qu'elle soit, est également bienvenue !

Voici une liste non exhaustive des œuvres que nous aborderons dans l'année. **Durant l'été, vous lirez intégralement deux œuvres dans la liste ci-dessous**. Le choix de l'édition est libre, mais assurez-vous que le texte est bien intégral. Ce travail fera l'objet d'une évaluation.

- Fénelon, *Les Aventures de Télémaque*
- Montesquieu, *Les Lettres persanes*
- Jean-Jacques Rousseau, *Les Confessions* (livres 1 à 4)
- Denis Diderot, *Le Neveu de Rameau*
- Choderlos de Laclos, *Les Liaisons dangereuses*
- François-René de Chateaubriand, *Itinéraire de Paris à Jérusalem*
- Gustave Flaubert, *Madame Bovary*
- Emile Zola, *L'œuvre*
- Jules Verne, *Vingt mille lieues sous les mers*
- Marguerite Yourcenar, *Mémoires d'Hadrien*
- Albert Camus, *La chute*
- Marguerite Duras, *L'Amant*
- Annie Ernaux, *Mémoire de fille*
- Mikhaïl Boulgakov, *Le Maître et Marguerite*

En bi-disciplinarité avec les Lettres, l'apprentissage de la philosophie s'inscrit plus largement dans l'acquisition d'une solide culture générale, axée sur les Humanités. Le cours prépare aussi bien à l'épreuve écrite de la dissertation qu'aux oraux de culture générale.

Le programme commun est constitué par les rubriques suivantes :

- L'héritage de la pensée grecque et latine.
- Les apports du judaïsme, du christianisme et de l'islam à la pensée occidentale.
- Les étapes de la constitution des sciences exactes et des sciences de l'homme.
- L'essor technologique et l'idée de progrès.
- La société, le droit et l'État moderne.
- Les figures du moi et la question du sujet depuis la Renaissance.
- L'esprit des Lumières et leur destin.
- Quelques grands courants artistiques et esthétiques depuis la Renaissance.
- Les principaux courants idéologiques contemporains.

Vos lectures et vos acquis de Terminale peuvent être complétés par des podcasts d'émissions radiophoniques sur ces thèmes, des documentaires ou encore des œuvres d'art et des pratiques artistiques.

A des fins d'efficacité, il est conseillé de pratiquer une lecture active, doublée de surlignage et d'une prise de notes axée sur la définition des concepts importants et des grandes thèses du livre, ou de questions surgies à la lecture, destinées à nourrir les échanges en classe.

Préparation de la rentrée :

Pour introduire un questionnement plus général sur le rôle des Humanités et de la culture générale dans l'enseignement, vous pouvez lire le petit texte de la philosophe Martha Nussbaum :

Martha NUSSBAUM, *Les émotions démocratiques. Comment former le citoyen du XXIème siècle ?*, tr. fr. Solange Chavel, Paris, Champs Flammarion, 2026.

Lectures d'été :

Nous commencerons le premier chapitre par un travail croisant philosophie antique et contemporaine, à partir de deux œuvres qu'il faudrait, de préférence, acquérir :

EPICTETE, *Manuel*, tr. fr. Emmanuel Cattin, Paris GF-Flammarion, 2015.

Sara AHMED, *Manuel rabat-joie féministe*, tr. fr. E. Bigé et M. Oberty, Paris, La découverte, 2024.

Les langues vivantes sont importantes en classe préparatoire économique et commerciale.

Vous serez amenés à poursuivre la pratique soutenue de deux langues, sans faire de différence fondamentale entre LV1 et LV2 : si les épreuves des concours ne sont pas de longueur ni de difficulté égales, les exercices pratiqués sont les mêmes.

Le travail en cours de LV prend deux formes différentes :

- Un travail de « civilisation étrangère » : un approfondissement des connaissances culturelles sur le ou les pays où l'on parle les langues étudiées, ainsi que l'étude régulière de l'actualité politique, économique, sociale, culturelle...Ce travail suppose l'acquisition de connaissances précises, et d'un vocabulaire large et spécialisé.
- Un travail d'apprentissage formel de la langue pour vous préparer aux « épreuves techniques» : en CPGE vous pratiquerez la traduction et la synthèse de documents, ce qui suppose le travail rigoureux de la grammaire, du vocabulaire, mais aussi tout simplement beaucoup de méthode et des exercices très réguliers.

Que faire pour vous y préparer ?

➤ Ne pas oublier ce que vous avez appris jusqu'ici ! Le travail sur le programme de Première et de Terminale reste une excellente base pour la suite. Ce que vous avez fait ces derniers mois doit rester présent et vous servir !

➤ Suivre l'actualité en langue étrangère : la presse et les médias étrangers sont le support privilégié des cours de langues en ECG. Donc n'attendez pas la rentrée pour les fréquenter et prenez le plus vite possible de bonnes habitudes.

Au plaisir de vous rencontrer,

Les professeurs de LV

Contact : marion.hache@ac-lille.fr

Bienvenue en ECG1!

Tout d'abord, quelques mots sur l'enseignement d'anglais auquel vous assisterez dès Septembre. Il comporte **3 heures hebdomadaires**, qui ont pour but de vous préparer aux **épreuves écrites et orales** des écoles de management.

Vous découvrirez donc l'an prochain, de façon méthodique et progressive : la traduction (version et thème), ainsi que le commentaire d'article de presse et l'essai. Vous enrichirez également votre pratique de l'expression et compréhension (écrite et orale) et vos connaissances de civilisation sur le monde anglo-saxon contemporain.

Revoyez absolument pendant l'été vos acquis du lycée : ils constitueront une base solide pour votre première année d'ECG. Vous trouverez aussi ci-dessous quelques chapitres de vocabulaire et grammaire à réviser en vue des premières évaluations

N'oubliez pas : un travail régulier et une exposition fréquente à la langue (radio, presse, séries et films en VO ou VOST...) sont les meilleurs moyens de progresser. N'hésitez pas à profiter des vacances pour regarder les classiques, qui pourront vous servir d'exemples (faites une fiche) !

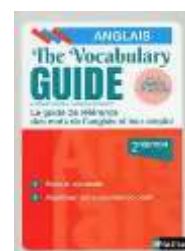
Dans l'attente de vous rencontrer, passez un bel été!

Mme HACHE (marion.hache@ac-lille.fr)

A vous procurer pour la rentrée (les deux ouvrages vous serviront pendant les deux années de CPGE) :

1) Matériel :

- Un classeur (prévoir aussi des pochettes transparentes et intercalaires)
- Un porte-vues
- Une ardoise (type Velleda) avec des feutres



2) Un manuel de vocabulaire :

D. Bonnet-Piron, É. Dermaux-Froissart, *The Vocabulary Guide. Les mots anglais et leur emploi* Nathan, ISBN : 978-2-09-165379-2 – 9782091653792 (édition 2019 recommandée)

- **Pendant l'été** : Révisez les **verbes irréguliers** (pages 300 et suivantes) ainsi que les **chapitres 49 et 50** pour **des évaluations en Septembre**.

2) Un manuel de grammaire :



Wilfried ROTGE et Michèle MALAVIEILLE, *Maîtriser la Grammaire Anglaise*, Hatier ISBN : 978-2-218-97133-4

- **Pendant l'été** : Faites les **exercices proposés sur les pages 6 et 7** (« Par où commencer ? »), et vérifiez vos réponses page 200. **Concentrez-vous ensuite sur les chapitres en fonction de vos erreurs**. Tous les exercices sont corrigés à la fin du livre.

Vos compétences grammaticales et linguistiques seront évaluées lors du premier devoir surveillé de Septembre.

- Pour reprendre les bases : BBC Learning English : <https://www.bbc.co.uk/learningenglish/>
- Pour travailler sa prononciation : The Sounds of English (très efficace) <https://www.bbc.co.uk/learningenglish/english/features/pronunciation>

Travail à préparer pour la rentrée :

- ◆ Grammaire et vocabulaire : voir ci-dessus
- ◆ Sous forme de **prise de notes détaillée (mansucrite)**, préparer les sujets suivants en 200-250 mots chacun (introduction, 2 ou 3 arguments, conclusion), en illustrant vos propos avec des **exemples précis issus du monde anglophone ou de votre expérience (1 par argument)**. **Votre premier oral (première quinzaine de septembre) portera sur l'une de ces questions.**

1. Can reading make people happier?
2. Is technological progress always positive?
3. Are videogames a waste of time?
4. Should social media be more controlled?
5. Is it too late to save our planet from climate change?
6. Has sport become only a business?

- ◆ **Informez-vous ! Pour la rentrée, faites une liste de 2 événements marquants pour le mois de Juillet et 2 événements marquants pour le mois d'Août** (1 pour les USA, 1 pour le Royaume Uni pour chaque mois) : vous devez pouvoir parler 30 secondes de chaque événement.

Les médias en anglais :

- La presse anglophone en ligne : *The New York Times, The Washington Post, The Guardian, The Times*, le choix est très large... Vous pouvez télécharger les applications et activer les notifications. Les médiathèques proposent souvent des accès numériques à la presse internationale.
- Des chaînes d'information en anglais sont disponibles sur toutes télévisions. Regardez les nouvelles quelques minutes par jour !
Exemples : CNN, Bloomberg, France24 ...
L'actualité mondiale en 1 minute par jour : <https://www.bbc.com/news/av/10462520>

contact : prof.crespeau@mailoo.org

Bonjour,

Les objectifs de l'enseignement de l'espagnol en CPGE économique et commerciale sont à la fois de consolider les connaissances en langue (vocabulaire et grammaire) à travers des exercices de traduction, de développer les compétences en expression pour être capable de s'exprimer sur des sujets de société et d'actualité, d'acquérir des connaissances et des clefs de compréhension du monde hispanique, et enfin de découvrir l'ample littérature de langue espagnole... Vaste programme, qui s'appuiera sur un travail régulier, vous garantira une ouverture au monde et enrichira votre culture !

En attendant la rentrée, profitez de vos vacances pour vous reposer, mais aussi commencer à lire en espagnol (conseils ci-dessous).

N'hésitez pas à me contacter si vous avez des questions.

BIBLIOGRAPHIE

1) Dictionnaires

bilingue : Robert et Collins

unilingue : un dictionnaire de référence, disponible en ligne, est celui de la Real Academia : www.rae.es

2) Pour la langue, voici les 2 ouvrages à acquérir pour la rentrée :

> **un recueil de vocabulaire** :

Le mot et l'idée. Espagnol 2. Vocabulaire thématique, Éric Freysselinard, éditions Ophrys.

ISBN : 9782708014848

prix : 18.95 € (version papier)

> **un manuel de grammaire** :

L'espagnol de A à Z, Claude Mariani et Daniel Vassivière, éd. Hatier.

ISBN : 978-2-401-08616-6

prix : autour de 13.50 € (selon l'édition)

3) Pour la civilisation, les ouvrages suivants vous seront utiles (conseillés mais pas obligatoires) :

> **sur l'Espagne, le hors-série d'un magazine de référence (*L'Histoire*), un peu ancien mais toujours utile pour avoir des repères de base :**

Espagne(s) – collections de *L'Histoire*, numéro 79, avril-juin 2018

prix : 5,50 € (version numérique) / 6,90 € (version papier)

Plus récent, un numéro sur l'Espagne de Franco : *L'Espagne de Franco, un pays broyé*, collections de *L'Histoire* numéro 103, avril-juin 2024

prix : 7,80 € (version numérique) / 9,90 € (version papier)

Plus compact, un ouvrage de référence sur l'Espagne contemporaine (mis à jour: réédité en mars 2022): *Les fractures de l'Espagne. De 1808 à nos jours*, Benoît Pellistrandi, Gallimard: Folio histoire (736 pages). Prix : 13,60 € (version papier)

> **Sur l'Amérique, un ouvrage synthétique, très bien fait, illustré de nombreuses cartes (actualisé : réédité en juin 2022) :**

Atlas de l'Amérique Latine, polarisation politique et crises, Olivier Dabène et Frédéric Louault, éditions Autrement (dernière édition : juin 2022)

ISBN : 9782746763128

prix (version papier): 24 €

À titre indicatif, du même auteur, mais plus compact :

L'Amérique Latine à l'époque contemporaine, Olivier Dabène, Armand Colin, Collection U (dernière édition : mars 2020) prix (version papier) : 28 €

À titre indicatif aussi -car c'est un gros livre- une très belle synthèse sur l'Amérique Latine, par un journaliste et romancier argentin très fin connaisseur de la région, qui mêle réflexions, témoignages, reportages, très complet:

en espagnol, pour les plus courageux: Martín Caparrós, *Ñamérica*, Penguin Random House, 2021

Traduction en français (récente): *Ñamérique, voyage dans le présent de l'Amérique hispanique*, Gallimard, 2023.

Pour les livres en langue étrangère, n'hésitez pas à vous adresser à la librairie internationale VO, à Lille :

<https://www.librairievo.com/>

Des conseils pour cet été : il faudra commencer à vous « imprégner » de langue espagnole et de culture hispanique, en suivant l'actualité, en lisant des articles, des textes, en écoutant des podcasts, en regardant des émissions, des séries ou des films (en VO)...selon vos possibilités, mais régulièrement -il suffit de regarder les grands titres, pour voir ce qui fait l'actualité, et où, et de commencer à les noter rapidement.

PRESSE :

El País (Espagne, l'équivalent du *Monde*)

www.elpais.es articles, blogs...

RTVE (Espagne, l'équivalent de France Télévisions)

www.rtve.es télévisions et radios publiques : émissions, séries, reportages

La Vanguardia (Espagne : journal catalan en espagnol)

www.lavanguardia.com

El diario (Espagne)

www.eldiario.es

la version en espagnol de chaînes internationales :

CNN <https://cnnespanol.cnn.com/>

BBC <https://www.bbc.com/mundo>

RFI

<https://www.rfi.fr/es/>

France24

<https://www.france24.com/es/>

RÉVISIONS POUR CET ÉTÉ

Langue: nous reverrons la grammaire -mais comme prérequis, au minimum, revoir:

-la prononciation

-les nombres

-relire la conjugaison : les temps du présent doivent être maîtrisés.

Contact : gilles.dazord@ac-lille.fr

Liebe Leute!

1. Le plus important est toujours de **pratiquer régulièrement l'allemand par vous-même**. Le meilleur moyen de le faire est de fréquenter régulièrement les **média de langue allemande**, surtout ceux qui sont faits pour vous. Par exemple : le site didactique de la chaîne allemande internationale *Deutsche Welle* (dw.com).

Désormais, l'ensemble des contenus didactiques de la Deutsche Welle sont accessibles, avec exercices et ressources complémentaires, sur le site et l'application mobile :

<https://learngerman.dw.com/fr>

C'est de loin la meilleure adresse pour accompagner l'apprentissage de l'allemand ! À fréquenter assidûment chaque semaine. Vous y trouvez notamment :

- les séries progressives *Nicos Weg* (niveau A1/ A2/ B1), *Jojo sucht das Glück* (B1) et *Ticket nach Berlin* (B2). Les épisodes sont faits pour aborder progressivement les difficultés grammaticales et utiliser un vocabulaire croissant.
- les reportages *Top-Thema* (B1), *Video-Thema* (B2), *Alltagsdeutsch* (C1)
- les informations lues lentement (*langsam gesprochene Nachrichten*)

Tous les films et enregistrements sont fournis avec transcription, exercices, vocabulaire et liens vers d'autres documents. Je ne saurais trop vous recommander de fréquenter assidûment les rubriques *Top-Thema* et *Video-Thema* en particulier, qui devront vous accompagner tout au long de vos études en allemand.

2. Bibliographie - Usuels à avoir :

Attention : Quand vous achetez des livres d'occasion, ou empruntez à une bibliothèque, vous devez toujours prendre garde à la date. L'orthographe allemande a été récemment réformée, entre 1996 et 2006. Je vous recommande donc de ne consulter que des éditions ultérieures à 2010.

→ **Grammaire**

Vous devez avoir un bon livre de grammaire, récent et qui comprenne des exercices corrigés. Sauf autre préférence de votre part, je vous recommande :

J. JANITZA et G. SAMSON, *L'allemand de A à Z*, Hatier ISBN : 978-2-218-95203-6

→ **Civilisation**

Vous devez avoir une base pour la connaissance de l'histoire allemande récente.

J. CHAPOUTOT, *Histoire de l'Allemagne (de 1806 à nos jours)* PUF, « Que sais-je ? » n°4020
ISBN : 978-2-7154-0814-2

→ La question du **dictionnaire** :

- En ECG, vous travaillerez en principe sans dictionnaire. Disposer d'un **dictionnaire bilingue** est cependant très recommandé.
- Je vous recommande d'utiliser par exemple l'excellent dictionnaire en ligne *LEO* :

<https://www.leo.org>

3. Et que faire dès maintenant ?

- Commencer tout de suite à fréquenter la plateforme de la *Deutsche Welle* mentionnée dans l'encadré. Et pourquoi pas, si ça vous dit,
- Fréquenter d'autres media disponibles en ligne, par exemple
<https://dw.com/de> (la plateforme généraliste de la *Deutsche Welle* en allemand)
<https://tagesschau.de> (le journal télévisé de la première chaîne de télévision publique),
<https://zdf.de> (la 2^e chaîne de télévision publique),
<https://phoenix.de> (chaîne publique d'information politique)... Les vidéos sont généralement accompagnées de sous-titres en allemand (cliquer sur le symbole ou sur UT comme *Untertitel*)
- lire aussi un peu de littérature en allemand dans des éditions bilingues ou annotées, par exemple :
20 Kurzgeschichten des 20. Jahrhunderts, choix et annotation par Maria Briand, Le Livre de Poche, coll. « Lire en allemand » ISBN : 978-2-253-05019-3
- ou encore, lire un magazine d'information en allemand, à destination d'un public étudiant : *Deutsch Perfekt*, que vous trouvez partout. Informations et accompagnement sur <https://deutsch-perfekt.com>

Schöne Ferien und viel Spaß an alle!

Contact : professoreitaliano1@gmail.com

L'option italien est accessible quel que soit la section suivie au lycée (LVA, LVB ou LVC). Le plus important n'est pas tant le niveau acquis à l'entrée en classe préparatoire mais plutôt l'investissement personnel et la rigueur que vous aurez dans l'apprentissage.

Le programme portera au besoin sur la littérature (fin XIX, du XXe et du XXIe siècle) mais aussi et surtout sur l'Italie contemporaine.

1. **Lisez au moins un roman italien et regardez deux films en V.O : préparez une fiche de synthèse pour chaque œuvre lue et vue à me remettre le jour de la rentrée ou à m'envoyer à l'adresse ci-dessous.**

2. **Très important : prenez l'habitude de suivre l'actualité en lisant régulièrement des articles.** Vous pourrez commencer à appréhender la presse quotidienne italienne sur les versions en ligne dont voici quelques exemples :

- www.corriere.it
- www.lastampa.it
- www.repubblica.it
- www.ilsole24ore.com

Vous pourrez également consulter la presse écrite à destination des élèves et étudiants :

- www.radici-press.net
- www.leggo.it

Inscrivez-vous à la newsletter de l'ambassade de France à Rome : <https://it.ambafrance.org>

(en bas de la page) et écoutez un journal télévisé une à deux fois par semaine :

- <http://www.tg2.rai.it/>
- <http://it.euronews.com/>
- <http://www.tg7.it/>
- <https://www.rainews.it>
- <http://www.tg1.rai.it/>

3. **Fournitures** : un cahier ou un classeur + un petit répertoire pour noter le vocabulaire rencontré en cours (obligatoire à chaque cours)

4. **Bibliographie à vous procurer pour la rentrée**

- *Sulla diritta via*, Eouzan Fanny, Gompertz de Laharpe Alexandra, Ellipses - isbn 9782340096844

5. **Test de rentrée (au 1^{er} cours) : il portera sur :**

Les règles de base de la grammaire italienne : les articles (définis et indéfinis), la formation du pluriel régulier et irrégulier, les possessifs, les démonstratifs et les pronoms.



La conjugaison : le présent de l'indicatif, le passé composé, l'imparfait, le futur, le conditionnel, l'impératif et le subjonctif présent.

Exemple de filmographie

Società italiana, demografia, famiglia

Ettore SCOLA, *La famiglia*, 1987
Nanni MORETTI, *Caro diario*, 1993
Ferzan OZPETEK, *Mine vaganti*, 2010
Enzo MONTELEONE, *Due partite*, 2009
Gianni DE GREGORIO, *Pranzo di ferragosto*, 2008

Il mondo del lavoro

Francesca COMENCINI, *Mobbing, mi piace lavorare*, 2003
Giorgio PASOTTI, *Volevo solo dormire addosso*, 2004
Gianni AMELIO, *La stella che non c'è*, 2006
Riccardo MILANI, *Il posto dell'anima*, 2006
Paolo VIRZI, *Tutta la vita davanti*, 2008
Francesca COMENCINI, *In fabbrica*, 2009

Emigrazione degli italiani

Pietro GERMI, *Il cammino della speranza*, 1950
Franco BRUSATI, *Pane e cioccolata*, 1974
Gianni AMELIO, *Lamerica*, 1994
Giuseppe TORNATORE, *La leggenda del pianista sull'oceano*, 2001
Emanuele CRIALESE, *Nuovomondo/ Golden Door*, 2006

Immigrazione in Italia

Michele PLACIDO, *Pummarò*, 1989
Marco Tullio GIORDANA, *Quando sei nato non puoi più nasconderti*, 2005
Marco Simon PUCCIONI, *Riparo*, 2008
Cristina COMENCINI, *Bianco e nero*, 2008
Emanuele CRIALESE, *Terra ferma*, 2011

La scuola

Luigi COMENCINI, *Cuore*, 1984
Paolo VIRZI, *Caterina va in città*, 1998
Daniele LUCCHETTI, *La scuola*, 1995
Fausto BRIZZI, *Notte prima degli esami*, 2006
Giuseppe PICCIONI, *Il rosso e il blu*, 2012
Gianluca Maria TAVARELLI, *Maria MONTESSORI, una vita per i bambini*, 2007

Préparer les thèmes de civilisations suivants en lisant des articles de presse et en regardant certains films de la liste ci-jointe :

- Società italiana : demografia, famiglia
- Il mondo del lavoro
- Emigrazione degli italiani
- Immigrazione in Italia
- La scuola e l'università
- Il patrimonio italiano

Buone vacanze estive !

M. Damageux

ANNEXES

Annexe 1

Cahier de vacances

Economie, Sociologie, Histoire du monde contemporain

Ce cahier de vacances a deux objectifs :

- permettre aux étudiants qui n'ont pas suivi la spécialité SES de se familiariser avec quelques notions économiques de base, mobilisées dès le début d'année scolaire en ESH ;
- servir de support de révision à ceux qui ont suivi la spécialité SES.

Une fois ce cahier terminé, il est attendu que vous sachiez définir les notions suivantes :

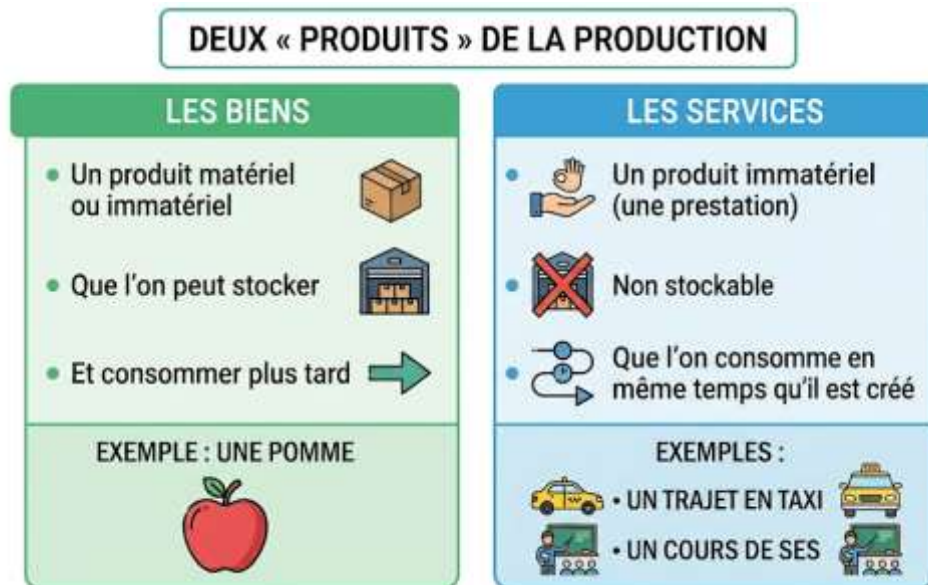
- bien
- service
- production
- production marchande
- production non marchande
- facteur de production
- facteur capital
- facteur travail
- chiffre d'affaires
- valeur ajoutée
- bénéfices
- PIB
- croissance économique

Par ailleurs, vous devrez savoir :

- comment se répartit la valeur ajoutée
- distinguer un PIB nominal d'un PIB réel
- comment utiliser le PIB pour comparer les richesses d'un pays

Introduction – Qu'est-ce que la richesse ?

Imaginez deux planètes, totalement différentes, qui ne communiquent pas l'une avec l'autre, entre lesquelles il n'est pas possible de commercer ou voyager. Bref, imaginez deux planètes totalement hermétiques l'une à l'autre. Sur la première planète, l'or est abondant, chaque habitant peut en posséder une quantité importante. Mais aucun bien, aucun service n'y est produit. Sur la seconde planète, l'argent n'existe pas, l'or n'est pas convoité. Pour autant, des biens ou services sont produits en abondance.



Si vous deviez choisir où vivre, il est plus que probable que vous préféreriez résider sur la seconde planète. A quoi bon posséder de grandes quantités de métaux précieux si vous ne pouvez rien en tirer ?

Cette situation certes fictive permet de poser d'emblée un élément très important. Dans l'imaginaire collectif, la richesse renvoie à « l'argent » : posséder beaucoup d'argent, de métaux précieux, de monnaie. Mais il ne faut pas perdre de vue que l'argent n'a de sens que s'il permet d'acquérir des biens et des services. Si, plus tard, vous souhaitez gagner un bon salaire, ce n'est pas pour pouvoir vous baigner tel Picsou dans une piscine de pièces : c'est bien parce que, grâce à votre salaire, vous espérez pouvoir acheter une belle maison, la voiture de vos rêves, réaliser des voyages, ou simplement pouvoir manger à votre faim, vous habillez sans devoir surveiller votre compte en banque dès le 15 du mois. Bref, être riche ce n'est pas posséder beaucoup d'argent, mais c'est avoir la possibilité de s'acheter ce qui a été produit.

Il en va de même lorsque l'on parle de la richesse d'un pays : ce n'est pas la quantité de monnaie qui y circule qui permet de calculer la richesse d'un pays, mais bien ce que ce qu'il produit.

Ceci étant posé, nous allons donc nous attarder sur cette notion de production :

- Qu'est-ce que la production ?
- Qui produit ?
- Comment une entreprise produit-elle ?
- Comment mesurer la richesse produite ?

I. Qui produit quoi ?

A. Qu'est-ce que la production ?

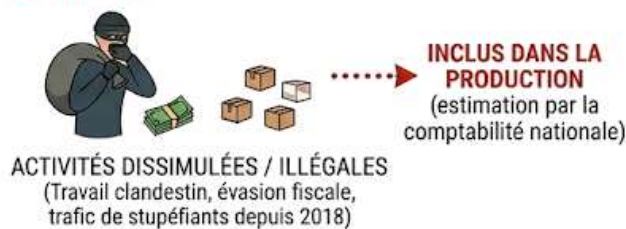
Selon l'INSEE, la production est une activité socialement organisée qui consiste à fabriquer des biens ou à fournir des services en combinant (1) de la main-d'œuvre, (2) du capital (des machines, des locaux, etc.) et (3) d'autres biens et services. La production est aussi le résultat de cette activité. On exclut donc de la production les processus naturels (pas d'intervention humaine).

Deux critères sont donc importants pour parler de production au sens économique :

1. « socialement organisée » : la « société » (à travers une entreprise ou autre) organise la production. Elle est visible, légale, observable. Tout ce qui est illégal aurait donc vocation à ne pas être considéré comme de la production bien que des revenus soient générés, comme avec le trafic de drogue.
2. « combiner de la main-d'œuvre, du capital et d'autres biens et services » : ce qui est important ici est l'idée de « main-d'œuvre ». Cela veut dire qu'il faut que le travail soit rémunéré et déclaré. Tout ce qui ne serait pas obtenu à partir d'un travail rémunéré et déclaré aurait donc vocation à ne pas être considéré comme de la production, comme cultiver son petit potager et manger ses légumes.

Mais en réalité, il y a quelques nuances aux deux principes précédents... et les deux exemples donnés en font partie ! La comptabilité nationale réalisée par l'INSEE, qui mesure l'activité économique d'un pays, repose sur des conventions, c'est-à-dire des choix. Ainsi, l'INSEE peut décider d'ajouter des exceptions au principe général précédent, c'est-à-dire de plus ou moins élargir ce qui rentre dans le champ de la production.

EXCEPTION 1 : ÉCONOMIE SOUTERRAINE



Il existe l'économie souterraine, c'est-à-dire des activités qui ne sont pas « socialement organisée » : activités dissimulées aux autorités voire activités illégales. Il est difficile de les mesurer. On pourrait penser que tout ce qui relève de l'économie souterraine n'est pas de la production, or ce n'est pas le cas. La comptabilité nationale

essaie d'estimer par exemple le travail clandestin, l'évasion fiscale ou encore le trafic de stupéfiants (depuis 2018). Ces activités-là relèvent donc de la production au sens économique. C'est un choix de la comptabilité nationale.

Concernant l'idée selon laquelle la production doit être le résultat d'un travail rémunéré et déclaré, là encore il y a des exceptions. Ainsi, lorsqu'un ménage construit un logement pour son propre compte, ou cultive un petit potager pour sa propre consommation, cela est inclus dans la production au sens économique.

EXCEPTION 2 : TRAVAIL NON RÉMUNÉRÉ/DÉCLARÉ POUR PROPRE CONSOMMATION



Exercice 1 – Production économique ou pas production économique ?

	Production économique	Pas production économique
Les fruits et légumes d'un jardin familial.		
Les logiciels produits et utilisés par une entreprise.		
Le pull tricoté et offert par Mami à un anniversaire.		
Production de voitures par Renault.		
Garder son petit frère à la demande des parents.		
Garder les enfants des voisins et recevoir de l'argent de poche pour cela.		
Distribuer des plateaux-repas en tant que bénévole aux Restos du Cœur.		
Trafic de stupéfiants.		
Proxénétisme.		
Faire le ménage chez soi.		
Faire faire le ménage chez soi par une femme de ménage déclarée.		





B. Production marchande, production non marchande

Il est possible de distinguer deux types de production : les productions marchandes et les productions non marchandes.

- **Production marchande** : production de biens et de services vendus à un prix qui couvre au moins 50% des coûts de production.
- **Production non marchande** : production mise gratuitement ou quasi gratuitement (à un prix inférieur à 50% des coûts de production) à la disposition des consommateurs.

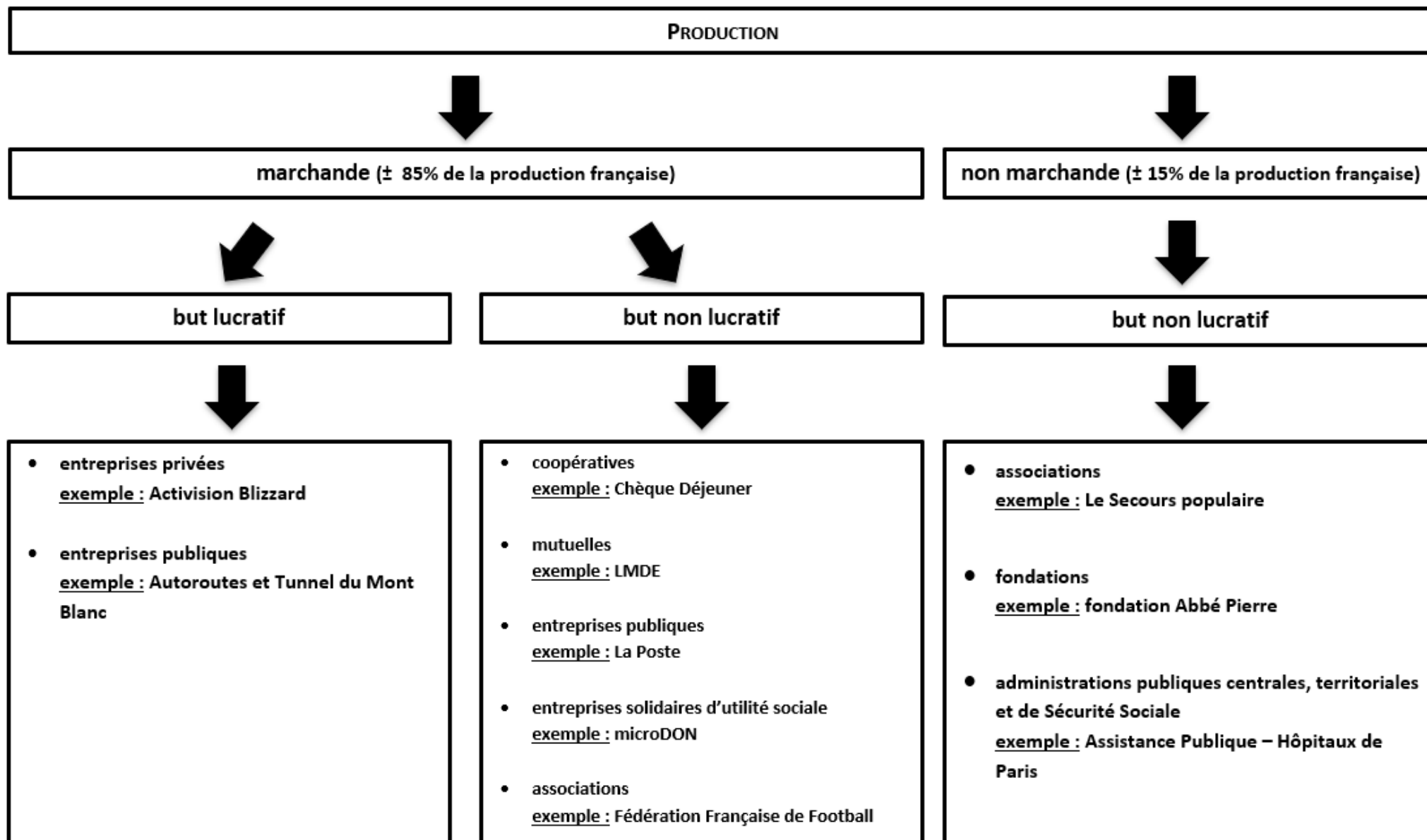


Exercice 2 – Production marchande ou production non marchande ?

	Production marchande	Production non marchande
 <p data-bbox="331 701 628 730">Un cours dispensé à l'école</p>		
 <p data-bbox="204 1104 756 1167">Un cours particulier proposé par une entreprise de soutien scolaire</p>		
 <p data-bbox="268 1570 692 1599">Un taxi qui dépose un touriste à la gare</p>		
 <p data-bbox="245 1877 715 1906">Bus de transport scolaire, Hauts-de-France</p>		

C. Qui produit ?

Il n'y a pas que des entreprises, publiques ou privées, qui produisent des richesses.



II. Comment l'entreprise crée-t-elle de la valeur ?

Dans la réalité, les entreprises sont très hétérogènes selon leur taille, leur secteur d'activité, l'origine de leurs capitaux, leurs objectifs et leurs statuts. Pour étudier cet ensemble si diversifié, les économistes ont recours à la modélisation, c'est-à-dire une représentation simplifiée de la réalité. Le modèle de l'entreprise repose sur quelques caractéristiques et hypothèses principales :

- **l'entreprise ne produit qu'un seul type de bien ou de service ;**
- **l'entreprise produit dans le but de réaliser un profit ;**
- **l'entreprise n'est considérée que comme une organisation productive, un producteur :** toute la dimension des relations sociales au sein de l'entreprise est occultée.

A. Des facteurs de production à mobiliser dans une combinaison productive

Les facteurs de production sont les ressources nécessaires à la production.

Au sens strict, on considère qu'il existe deux facteurs de production :

- le facteur capital (capital fixe ou encore capital technique), qui correspond à l'ensemble des moyens de production durables, c'est-à-dire qui participent à plusieurs cycles de production. On peut penser au four d'un boulanger par exemple : ce dernier ne va pas en changer chaque fois qu'il cuit une baguette !
- le facteur travail, qui correspond aux actifs occupés et donc à la main-d'œuvre.

Pour parvenir à une production, il faut combiner les facteurs de production dans une « combinaison productive » et utiliser des ressources naturelles devenues capital circulant. La combinaison productive peut être optimisée par la technologie et la qualité des facteurs.



B. Mesurer la valeur créée

1. Le chiffre d'affaires (CA)

Le premier indicateur pour évaluer la valeur de la production est le chiffre d'affaires. Il permet de calculer le montant des ventes. Pour l'obtenir, il suffit simplement de multiplier les quantités vendues par le prix de vente de chaque unité.

CA = prix x quantités vendues

Mais attention : le chiffre d'affaires évalue bien la valeur de la production. Pour autant, il n'informe pas sur la richesse qu'a réellement créée une entreprise. Pour mesurer cela, il faut passer par la valeur ajoutée.

2. La valeur ajoutée (VA)

a. Qu'est-ce que la valeur ajoutée ?

Valeur ajoutée : mesure de la richesse réellement créée par une entreprise.

! La VA n'est pas du bénéfice ! Elle est utilisée pour payer les salariés, les cotisations sociales, les impôts, les intérêts des crédits, ...

b. VA et production marchande

Avec la VA, on cherche à mesurer ce que l'entreprise a vraiment créé par son activité. Les entreprises ne produisent pas à partir de rien, elles utilisent des biens et services produits par d'autres entreprises. La VA est le surcroît de valeur que l'intervention du producteur a conféré au bien ou service qu'il produit. Pour ce faire, on doit donc enlever à la production finale les biens et services (de production) que l'entreprise a achetés à d'autres entreprises pour pouvoir produire.

$$VA = CA - CI$$

Chiffre d'Affaires = valeur de la production

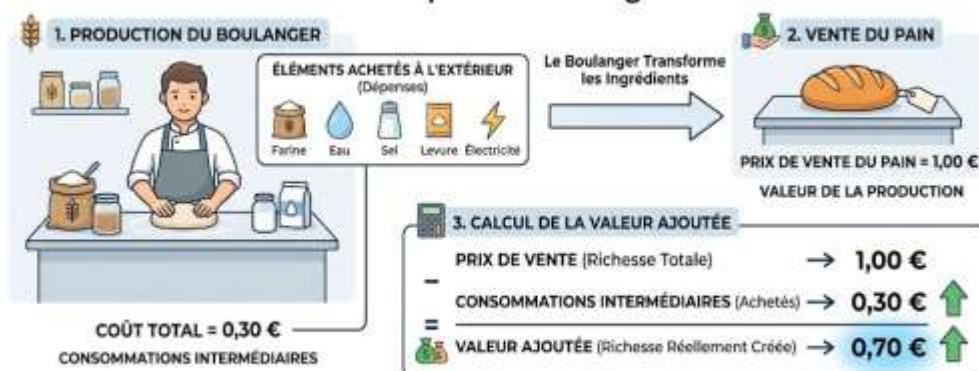
CA = montant des ventes = prix x quantités vendues

Consommations Intermédiaires = valeur des biens et des services marchands consommés (destruction ou transformation) au cours d'une période dans le processus de production

- consommation car il y a destruction ou transformation
- intermédiaire car il s'agit d'une utilisation en vue de produire d'autres biens ou services

QU'EST-CE QUE LA VALEUR AJOUTÉE (VA) ?

L'Exemple du Boulanger



POURQUOI RETIRER LES CONSOMMATIONS INTERMÉDIAIRES ?

- ÉVITER LES DOUBLES COMPTES : Ces éléments ont déjà été comptés dans la production d'autres entreprises (Farine, Eau, Sel, Levure, Électricité).
- MESURER L'APPORT DU BOULANGER : On n'évalue que la valeur ajoutée par l'intervention et le savoir-faire du boulanger lui-même.

c. VA et production non marchande

Il est plus difficile de mesurer la valeur de la production non marchande car elle est la plupart du temps gratuite (exemple : un cours donné par un professeur de lycée) ou vendue à un prix sans rapport avec son coût de production (exemple : prix de vente d'une licence dans une association sportive de la commune) car le but n'est pas lucratif. On ne peut pas identifier de prix de vente ni de chiffre d'affaires, donc on ne peut pas faire $VA = CA - CI$.

Par convention, les comptables ont décidé que la valeur de la production non marchande était égale à son coût. Autrement dit, la valeur ajoutée dans le secteur non marchand est estimée au coût de production supporté par les institutions pour produire les biens et services non marchands (rémunérations des salariés pour l'essentiel, consommations intermédiaires, ...).

Exemple : En 2024, la France a consacré 197,1 milliards d'euros pour assurer la formation des jeunes, qu'ils soient écoliers, collégiens et lycéens (Education Nationale) ou étudiants (Enseignement supérieur). La production non marchande assurée par le système éducatif français est donc estimé à 197,1 milliards d'euros.

3. Les bénéfices

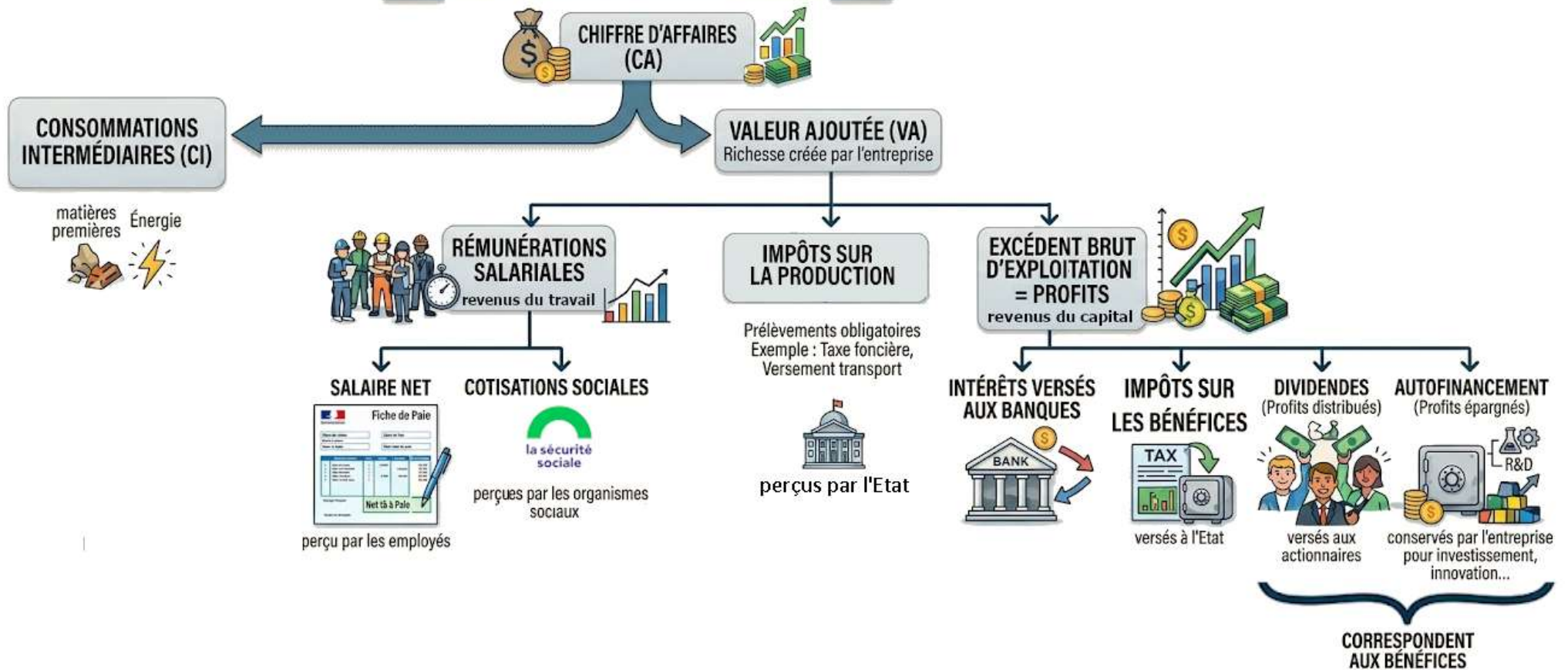
Les bénéfices correspondent au montant qu'il reste à l'entreprise une fois tous les coûts de production payés (salaires, taxes et impôts, cotisations sociales, matières premières, consommations intermédiaires, etc.). Pour calculer les bénéfices, on retranche donc du chiffre d'affaires toutes les charges nécessaires à sa réalisation (dit autrement : recette totale – dépenses totales).

- $CA - \text{charges} > 0$: on parle de bénéfices
- $CA - \text{charges} < 0$: on parle de perte

L'entreprise peut faire ce qu'elle souhaite de ses bénéfices : en distribuer aux propriétaires de l'entreprise (les actionnaires), en garder pour augmenter son épargne, en utiliser pour investir (nouvelles machines, agrandir ses locaux, ...) ou encore en placer sur les marchés financiers.

Les trois indicateurs présentés (CA, VA et bénéfices) sont très liés.

LA RÉPARTITION DU CHIFFRE D'AFFAIRES



III. Comment mesurer la production d'une nation et ses évolutions ?

Pour mesurer la richesse créée à l'échelle d'un pays, on ne parle pas de valeur ajoutée mais de produit intérieur brut (PIB).

A. Le PIB, un indicateur global de richesses

Document 1- « Qu'est-ce que le Produit Intérieur Brut ? », vidéo de la collection *Dessine-moi l'éco*

Visionner la vidéo suivante : <http://dessinemoileco.com/quest-ce-que-le-produit-interieur-brut/>

1. Que mesure le PIB ?

.....

.....

.....

.....

2. Comment calculer le PIB ?

.....

.....

.....

.....

3. Qu'est-ce que le PIB nominal ?

.....

.....

.....

4. Quel peut-être le défaut du PIB nominal ?

.....

.....

.....

.....

5. Peut-on corriger ce défaut ?

.....

.....

.....

.....

.....

6. Est-il possible de comparer le niveau de richesse entre pays grâce au PIB ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B. L'évolution du PIB mesurée par la croissance économique

La croissance économique est l'augmentation soutenue, pendant une longue période, de la production d'une économie (un pays, une zone économique, etc.).

La croissance d'une économie est mesurée par le taux de variation du PIB d'une année à l'autre. Quand on dit que la croissance française a été de 0,9% en 2025, on parle de la croissance du PIB français. Ici, cela signifie que le PIB de 2025 était 0,9% supérieur à celui de 2024.

Document 2 – « La croissance », vidéo de *La Cité de l'Economie*

Visionner la vidéo suivante : <https://www.youtube.com/watch?v=mcMJyHmjv4>

1. Pourquoi le taux de croissance ne suffit pas à rendre compte du bien-être des citoyens ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

COURS DE MATHÉMATIQUES

Travail de vacances

PRESENTATION

Chers futurs élèves,

Je me présente, je suis monsieur Sauvage, votre futur enseignant en mathématiques pour l'année 2026-2027.

Je tiens à vous souhaiter la bienvenue en CPGE et dans ma classe tout particulièrement. Nous travaillerons ensemble pour que vous puissiez donner le meilleur de vous-même, sans jamais oublier l'optique des concours qui représentent la finalité des deux années de prépas. Comme vous le verrez très vite, la classe préparatoire vous demandera beaucoup de votre temps et de votre énergie, mais elle vous apportera aussi une expérience extrêmement enrichissante. J'attends de vous du sérieux, du travail, de l'écoute et de l'investissement. Mais je ne doute pas que vous saurez faire preuve de tout cela.

ORGANISATION DE LA MATIÈRE

L'enseignement des mathématiques représente une part importante du programme en ECG1. L'enseignement des mathématiques en première année se répartit comme suit :

- ✓ 6h de cours,
- ✓ 2h de TD,
- ✓ 1h de TP d'informatique en Python,
- ✓ auxquels viendront se rajouter 1h de colle toutes les deux semaines, quelques devoirs de 4h, 2 concours blanc et des petits contrôles réguliers.

Le programme de mathématiques en ECG1, comme vous le verrez, fait intervenir à la fois de l'algèbre (logique et raisonnement, calcul matriciel et résolution de systèmes linéaires, espaces vectoriels et applications linéaires), de l'analyse (suites de nombres réels, fonctions réelles d'une variable réelle, calcul intégral et équations différentielles, étude élémentaire des séries) ainsi que des probabilités (probabilités sur un univers fini, variables aléatoires discrètes, statistiques) qui représentent une partie importante du programme.

PRE-REQUIS

Les rappels évoqués dans ce document vous feront réviser les notions importantes de calculs (opérations sur les fractions, identités remarquables, dérivation...). Et ce afin que vous vous assuriez que ces points ne vous posent pas de problèmes (dans le cas contraire il vous faudra les travailler pendant l'été) et que vous puissiez partir sur de bonnes bases dès la rentrée de septembre.

DES REFERENCES

Il n'y a pas de livres spécifiques à acheter en maths, car le cours photocopié, les feuilles de TD, les devoirs, les dms distribués pendant l'année se suffisent à eux-mêmes.

Si vous désirez acheter un ouvrage pour préparer efficacement votre rentrée, je vous conseille le livre suivant :

[Mathématiques-Réviser et consolider les bases de Terminale pour réussir la 1re année d'ECG- Complément Python-2e édition](#)

Editeur : Ellipse

Une session de remise à niveau en mathématiques aura lieu au lycée Carnot - Gambetta.

Volume : 16 heures réparties comme suit : du mardi 25 août au vendredi 28 août (10h - 12h et 13h30 - 15h30).

Les deux premières séances seront assurées par moi-même.

Le deux séances suivantes seront assurées par Mr ANAKKAR : le professeur de maths en ECG2.

CONCLUSION

Tout cela vous sera bien sûr expliqué plus en détails à la rentrée.

Reposez-vous bien aussi pendant les vacances pour commencer l'année en forme en septembre. En attendant de faire votre connaissance à la rentrée prochaine, je vous souhaite de belles vacances.

SAUVAGE JEROME

Le document qui suit est construit de la manière suivante : j'ai mis l'ensemble des bases qui me semblent importantes de maîtriser pour bien commencer l'année en ECG. Pour chacune des notions importantes, j'ai mis des rappels de cours, des exemples pour les illustrer ainsi que des petits exercices de mise en application directe du cours. Je vous demande de chercher et rédiger ces exercices sur feuille La correction se trouve en fin de polycopié. Cela vous permettra ainsi d'avoir une idée de votre niveau, de vous indiquer les notions que vous maîtrisez et au contraire, celles qui vous posent des difficultés. Nous prendrons un peu de temps à la rentrée pour faire des "révisions" de Terminale. Je mets le mot "révisions" entre parenthèse car je sais bien qu'avec les différences de programme et de niveau entre la spécialités maths et les maths complémentaires, il y a sans doute des points qui auront été très partiellement vu au lycée pour certains d'entre vous. Ce sera ainsi l'occasion de remettre tout le monde à niveau. Même s'il y a des points dans ce document qui ne vous parle pas plus que ça, essayer de les travailler le maximum en autonomie pendant les vacances en travaillant et apprenant les points de cours et en vous inspirant des exemples. Vous serez ainsi plus à l'aise à la rentrée. Faites les calculs de tête ou au brouillon mais à la main, car la calculatrice est interdite en prépa, comme le jour du concours.

Bon travail !

Sommaire	
<u>PARTIE 1 : GENERALITES</u>	<u>PARTIE 2 : LES FONCTION</u>
1) Les Nombres	1) Ensemble de définition d'une fonction
2) Bien s'exprimer en maths	2) Signe d'une fonction
3) Puissances entières d'un nombre réel	3) Notion de limites
4) Factoriser et développer	4) Variations d'une fonction
5) Calculs sur les quotients	
6) Equations	
7) Inéquations	

PARTIE 1 : GENERALITES

1. Les nombres

1.1 Les ensembles de nombres

Tout au long de l'année, nous manipulerons des variables numériques et il est important d'en connaître la nature. Les ensembles de nombres les plus courants possèdent des notations spécifiques qu'il faudra maîtriser au plus vite.

- ♥ **Les entiers naturels** : $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ et les entiers naturels **non nuls** : \mathbb{N}^*
- ♥ **Les réels** : \mathbb{R} ou l'intervalle $] -\infty ; +\infty[$ et les réels **non nuls** : $\mathbb{R}^* =] -\infty ; 0[\cup] 0 ; +\infty[$
- ♥ **Les réels positifs** : \mathbb{R}_+ et **les réels strictement positifs** : \mathbb{R}_+^*
- ♥ **Les réels négatifs** : \mathbb{R}_- et **les réels strictement négatifs** : \mathbb{R}_-^*

Par exemple, si n est une variable donnée, on écrira $n \in \mathbb{N}$ pour signifier que n est un entier naturel.

- ♥ Ecrire $x \in \mathbb{R}_+$ revient à écrire $x \geq 0$ qui revient à écrire $x \in [0 ; +\infty[$.
- ♥ Ecrire $x \in \mathbb{R}_+^*$ revient à écrire $x > 0$ qui revient à écrire $x \in]0 ; +\infty[$.
- ♥ Ecrire $x \in \mathbb{R}_-$ revient à écrire $x \leq 0$ qui revient à écrire $x \in] -\infty ; 0]$.
- ♥ Ecrire $x \in \mathbb{R}_-^*$ revient à écrire $x < 0$ qui revient à écrire $x \in] -\infty ; 0[$.



1.2 Les intervalles : un « **intervalle** » est l'ensemble des réels compris entre deux « **bornes** » éventuellement infinies. Une représentation graphique permet souvent de simplifier les choses ou encore de mieux les visualiser.

L'intervalle	« est l'ensemble des réels x vérifiant ... »	Représentation graphique
$[a ; +\infty[$	$x \geq a$	
$]a ; +\infty[$	$x > a$	
$] -\infty ; a]$	$x \leq a$	
$] -\infty ; a[$	$x < a$	
$[a ; b]$	$a \leq x \leq b$	
$]a ; b[$	$a < x < b$	
$[a ; b[$	$a \leq x < b$	
$]a ; b]$	$a < x \leq b$	

♥ La réunion des intervalles : I et J notée $I \cup J$ est l'ensemble des réels qui sont dans I **ou** dans J .

Exemple : l'ensemble des réels x vérifiant : $x < 2$ **ou** $x \geq 5$.



L'ensemble visualisé s'écrit : $] - \infty ; 2[\cup [5 ; +\infty[$.

♥ L'intersection des intervalles I et J notée $I \cap J$ est l'ensemble des réels qui sont dans I **et** dans J .

2. Bien s'exprimer en maths

La bonne maîtrise des calculs est un objectif primordial cette année. Pour cela, il est important de bien s'exprimer quand il s'agit de donner une description d'une expression algébrique.

Soient A et B deux nombres réels.

♥ <u>Somme de A et de B</u> : $A + B$	<u>Différence de A et de B</u> : $A - B$	<u>Opposé de A</u> : $-A$
♥ <u>Produit de A par B</u> : $A \times B$	<u>Carré de A</u> : A^2	<u>Cube de A</u> : A^3
♥ <u>Quotient de A par B</u> : $\frac{A}{B}$	<u>Inverse de B</u> : $\frac{1}{B}$	
♥ <u>Racine carrée de A</u> : \sqrt{A}		
♥ <u>Exponentielle de A</u> : e^A	<u>Logarithme de A</u> : $\ln(A)$	

3. Puissances entières d'un nombre réel

On rappelle que si x est un réel et n un entier naturel non nul alors : $x^n = x \times x \times \dots \times x$ est le produit de n facteurs tous égaux à x **Par convention** : si $x \neq 0, x^0 = 1$.

Puissance dont l'exposant est négatif : pour $x \neq 0, x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ **Exemple** : $x^{-1} = \frac{1}{x}$.

Proposition : opérations sur les puissances

Pour tous réels a, b et tous entiers relatifs n, m on a : $a^n \times a^m = a^{n+m}$ et $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$.

On a aussi : $(a^m)^n = a^{m \times n}$, $(ab)^n = a^n \times b^n$, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ si $b \neq 0$.

4. Développer et factoriser

Définition n°1 : « **développer** » c'est transformer un produit en une somme ou une différence, tandis que « **factoriser** », c'est transformer une somme ou une différence en produit.

Rappelons les bonnes vieilles **égalités remarquables** : a et b deux réels alors :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exercice n°1 : **développer** les expressions suivantes : $A = (2x^2 + 3x + 3)(x + 1)$ puis $B = (-2 + x)^2$

puis $C = (3x + 1)^2 - (x + 2)^2$, $D = (1 + x)^2 + (1 + x)(1 - x)$, $E = (a + b)^3$ et $F = (a - b)^3$.

Exercice n°2 : **factoriser** les expressions suivantes : $A = (x + 2)(3x^2 + 1) - (x + 1)(x + 2)$, $B = x^2 - 16 + 3(x - 4)$

et $C = (x - 1)^2 - (x - 1)(x + 3)$.

5. Calculs sur les quotients

Un quotient $\frac{n(x)}{d(x)}$ **existe** à condition que :

- 1) Le numérateur $n(x)$ existe ;
- 2) Le dénominateur $d(x)$ existe ;
- 3) Le dénominateur est non nul : $n(x) \neq 0$.

S'intéresser à l'existence c'est déterminer le « **domaine de définition** », c'est-à-dire l'ensemble des réels x pour lesquelles le quotient est calculable, a un sens.

Exercice n°3

1. Déterminer l'ensemble de définition des quotients : $\frac{x+1}{x^2-4}$ et $\frac{\sqrt{x}}{x-5}$.
2. Simplifier $3 \times \frac{2x+7}{x-1}$ pour $x \neq 1$.
3. Développer $(x - 1)(x + 5)$ et $(x - 1)(x - 2)$ puis simplifier pour $x \in \mathbb{R} - \{1,2\}$, le quotient $\frac{x^2+4x-5}{x^2-3x+2}$.
4. Par **une mise au même dénominateur**, simplifier les expressions suivantes :
 - 4a. Pour $x \in \mathbb{R} - \{1\}$, $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x-1}$
 - 4b. Pour $x \in \mathbb{R} - \{0,1\}$, $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x}$
 - 4c. Pour $x \in \mathbb{R} - \{0,1\}$, $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}$

⚠ **Attention aux simplifications hasardeuses** : $\frac{a}{b+c} \neq \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$, $\frac{c+a}{c+b} \neq \frac{a}{b}$, $\frac{a+d}{b+c} \neq \frac{a}{b} + \frac{d}{c}$

6. Equations

Lorsqu'on résout une équation, on commence toujours par réfléchir au « **domaine de définition** » de cette équation, c'est à dire l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles l'équation est bien définie. Dans les situations les plus simples, le domaine de définition est l'ensemble \mathbb{R} tout entier. Cependant, une équation peut montrer la présence d'un quotient, d'une racine carrée, d'un logarithme et au cas par cas, **il faut étudier la présence d'éventuelles valeurs interdites**.

METHODE : quand on résout une équation,

- 1) On observe de près son domaine de définition (pour $x \in \dots$)
- 2) On la résout en indiquant toutes les étapes de calcul.
- 3) On conclut en disant : l'ensemble solution est : $S = \dots$

Exercice n°4 : résoudre les équations suivantes :

1. $3x + 6 = 0$ 2. $-x + 5 = 4x + 2$ 3. $x^2 + x + 2 = (x - 1)(x + 2)$ 4. $x^2 + x = x(x + 1)$.

☞ **Définition n°2** : une équation est dite « **polynômiale de degré 2** » si on peut l'écrire de la forme :

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ où } a, b, c \text{ sont des réels et } a \neq 0.$$

Le réel $\Delta = b^2 - 4ac$ s'appelle le « **discriminant** ».

☞ **Proposition** : résolution d'une équation polynômiale de degré 2

- ✓ Si $\Delta < 0$ alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ **ne possède pas de solution réelle**.
- ✓ Si $\Delta = 0$ alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ possède pour **unique** solution le réel $x_0 = -\frac{b}{2a}$.
- ✓ Si $\Delta > 0$ alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ possède **deux solutions réelles distinctes** :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Exercice n°5 : résoudre les équations suivantes : $2x^2 + x - 6 = 0$, $x^2 - 4x + 4 = 0$, $x^2 + x + 1 = 0$.

Exercice n°6 : résoudre l'équation : $x^2 + mx + 1 = 0$ suivant les valeurs du réel m .

Attention ! Le calcul du discriminant n'est pas toujours nécessaire !

Exemple : si on tombe sur l'équation : $x^2 - 4 = 0$, on reconnaît une « **égalité remarquable** ».

$$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x - 2 = 0 \text{ ou } x + 2 = 0}_{PPN} \Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = -2. \text{ Finalement, } S = \{-2, 2\}.$$

$$\text{On peut aussi écrire : } x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2.$$

🔗 **Proposition** : cas particulier de l'équation : $x^2 = \text{truc}$

- 1) Si $\text{truc} < 0$ alors l'équation : $x^2 = \text{truc}$ n'a pas de solution réelle.
- 2) Si $\text{truc} = 0$ alors l'équation : $x^2 = 0$ admet 0 pour unique solution.
- 3) Si $\text{truc} > 0$ alors l'équation : $x^2 = \text{truc}$ admet deux solutions à savoir : $x = \pm\sqrt{\text{truc}}$.

Exercice n°7 : résoudre les équations : $x^2 + 6 = 0$, $x^2 - 3 = 0$ et $(2x - 3)^2 = 25$.

Exercice n°8 : résoudre les équations « **bicarrées** » : $x^4 - 8x^2 + 7 = 0$ et $x^4 + x^2 - 6 = 0$.

🔗 **Définition n°3** : une équation « **produit** » est une équation du type : $A(x) \times B(x) = 0$.

On résout aisément ce type d'équation via la « **propriété du produit nul** », PPN en abrégé.

PPN : « pour qu'un produit de facteurs soit nul, il faut et il suffit que l'un des facteurs soit nul ».

Autrement dit, $A(x) \times B(x) = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0$ **ou** $B(x) = 0$.

Exercice n°9 : résoudre les équations suivantes : $x(x - 1) + (x + 4)(x - 1)^2 = 0$

$x^2(x + 1) = x(x^2 - 1)(2x + 1)$ et enfin $3(x + 1)(x + 3) = (x + 3)^2$.

🔗 **Définition n°4** : une équation « **quotient** » est une équation du type : $\frac{n(x)}{d(x)} = 0$.

METHODE : on détermine l'ensemble de définition noté D : $n(x)$ existe et $d(x)$ existe et $d(x) \neq 0$.

Pour tout réel x de D on a : $\frac{n(x)}{d(x)} = 0 \Leftrightarrow n(x) = 0$.

Exercice n°10 : résoudre les équations suivantes : $\frac{x}{x+2} + \frac{2}{x} = -3$, $\frac{x-4}{x+4} = 0$, $\frac{x+2}{x+1} + 4 = \frac{5x}{x+2}$

7. Inéquations

Rappelons qu'une « **inégalité** » est un énoncé permettant de comparer l'ordre de deux quantités.

L'écriture $a < b$ est une **inégalité stricte** alors que : l'écriture $a \leq b$ est une **inégalité large**.

- ♥ Dans une inégalité, on peut **ajouter ou retrancher** une même quantité q à chaque membre.
- ♥ Dans une inégalité, on peut **multiplier ou diviser** chaque membre par un réel k non nul **mais en prenant des précautions** : ☠
 - ✓ Si $k > 0$ le sens de l'inégalité reste intact
 - ✓ Si $k < 0$ le sens de l'inégalité change.

Lorsqu'on résout une inéquation, on commence toujours par réfléchir au « **domaine de définition** » pour déceler la présence d'éventuelles valeurs interdites.

METHODE : quand on résout une inéquation,

- 1) On observe de près son domaine de définition (pour $x \in \dots$)
- 2) On la résout en indiquant toutes les étapes de calcul.
- 3) On conclut en disant : l'ensemble solution est : $S = \dots$

Exercice n°11 : résoudre les inéquations : $2x + 1 < 0$ puis $-6x + 3 \leq 0$.

➤ **Définition n°5** : une inéquation est dite « **polynomiale de degré 2** » si on peut l'écrire de la forme :

$$ax^2 + bx + c < 0 \text{ ou } ax^2 + bx + c > 0 \text{ ou } ax^2 + bx + c \leq 0 \text{ ou } ax^2 + bx + c \geq 0.$$

où a, b, c sont des réels et $a \neq 0$

➤ **Proposition** : résolution d'une inéquation polynomiale de degré 2

Si $\Delta \leq 0$ alors le trinôme $ax^2 + bx + c$ est toujours du signe de a .

Cas $\Delta = 0$

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	signe de a		signe de a

Cas $\Delta < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	signe de a	

Si $\Delta > 0$ alors le trinôme $ax^2 + bx + c$ est du signe de a lorsque x est à l'extérieur des racines et il est du signe de $-a$ lorsque x est situé à l'intérieur des racines.

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$ax^2 + bx + c$	signe de a	0	-signe de a	0	signe de a

Exercice n°12 : résoudre les inéquations : $x^2 + x + 1 < 0$ et $x^2 + 3x - 4 \leq 0$ et $x^2 + 3x - 4 \leq 0$.

Exercice n°13 : résoudre l'inéquation : $mx^2 + 4x + 1 \geq 0$ suivant les valeurs du réel m .

➤ **Proposition** (cas particulier) : soit a un réel **positif**

1. $x^2 < a \Leftrightarrow -\sqrt{a} < x < \sqrt{a}$ et $x^2 \leq a \Leftrightarrow -\sqrt{a} \leq x \leq \sqrt{a}$
2. $x^2 > a \Leftrightarrow x < -\sqrt{a}$ ou $x > \sqrt{a}$ et $x^2 \geq a \Leftrightarrow x \leq -\sqrt{a}$ ou $x \geq \sqrt{a}$

Exercice n°14 : résoudre les inéquations : $x^2 - 6 \leq 0$, $x^2 + 2x < 2(x + 2)$ et $2x^2 \geq (x + 1)^2 - 2x$.

➤ **Définition n°6**

- ♥ Une inéquation « **produit** » est du type : $A(x) \times B(x) > 0$, $A(x) \times B(x) < 0$, $A(x) \times B(x) \leq 0$ ou encore $A(x) \times B(x) \geq 0$.
- ♥ Une inéquation « **quotient** » est du type : $\frac{n(x)}{d(x)} > 0$ ou $\frac{n(x)}{d(x)} \geq 0$ ou $\frac{n(x)}{d(x)} < 0$ ou $\frac{n(x)}{d(x)} \leq 0$.

METHODE

1. On résout aisément une inéquation produit via la PPN et un « **tableau de signes** » faisant apparaître le signe des facteurs $A(x)$ et $B(x)$ et celui du produit $A(x) \times B(x)$.
2. On résout aisément une inéquation quotient via un « **tableau de signes** » faisant apparaître le signe du numérateur $n(x)$, celui du dénominateur $d(x)$ et celui du quotient $\frac{n(x)}{d(x)}$.

Exercice n°15 : résoudre les inéquations : $(2x+1)(x+7)(x-3) \geq 0$ et $2x(x+1)^2 < (1-3x)(x+1)^2$, $\frac{x-4}{x+4} > 0$ et $\frac{x+2}{x+1} + 4 \leq \frac{5x}{x+2}$.

PARTIE 2 : LES FONCTIONS

1. Ensemble de définition d'une fonction

Une « **fonction** » f associe à tout réel x associe au plus un réel $y = f(x)$ appelé « **image de x par f** ».

Réciproquement si y est un réel donné, tout réel x vérifiant $f(x) = y$ est un « **antécédent** » de y par f .

Voici un panorama des **fonctions usuelles** : fonctions polynômes (dont les fonctions affines et les fonctions trinômes du second degré), les fonctions rationnelles, la fonction inverse, la fonction racine carrée, la fonction exponentielle, la fonction logarithme.

Définition n°7 : si f une fonction donnée, « **l'ensemble de définition de f** » noté D_f est l'ensemble de tous les réels x tels que : $f(x)$ « **existe** » ou est « **calculable** ».

Par la **fonction carré**, tout réel x possède une image $y = x^2$. Par exemple, l'image de 3 n'est autre que $3^2 = 9$.

C'est pourquoi on dit que :

« **la fonction carrée est définie sur \mathbb{R}** ».

Par la **fonction inverse**, tout réel x **non nul** possède une image $y = 1/x$.

Par exemple, l'image de 3 n'est autre que $1/3$

⚠ 0 n'a pas d'image : « **0 est une valeur interdite !** »

C'est pourquoi on dit que :

« **la fonction inverse est définie sur \mathbb{R}^*** ».

Méthode : pour déterminer l'ensemble de définition d'une fonction,

il faut examiner les conditions qui font que $f(x)$ existe :

- ✓ En cas de quotient, le dénominateur ne peut pas s'annuler.
- ✓ En présence d'une racine carrée, le radicande doit être positif.
- ✓ En présence d'un logarithme, l'intérieur doit être strictement positif.

Rédaction : soit un réel x alors $x \in D_f \Leftrightarrow f(x)$ existe $\Leftrightarrow \dots$ Conditions \dots

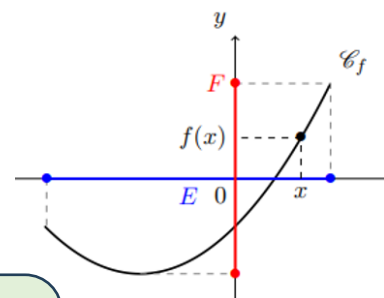
Exercice n°16 : déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes.

$$x \mapsto 2x^3 + 4x - 2, x \mapsto \frac{2x+4}{x^2-x}, x \mapsto x + \ln(x), x \mapsto x^2e^x, x \mapsto \frac{e^x}{(x-2)(x-4)}, x \mapsto \ln(x^2 - 1), x \mapsto \sqrt{-x + 5}$$

Définition n°8 : le plan est muni d'un repère.

Le « **graphe de f** » est l'ensemble C_f des points de coordonnées : $(x, f(x))$

Remarque : graphe, courbe, représentation graphique sont synonymes.

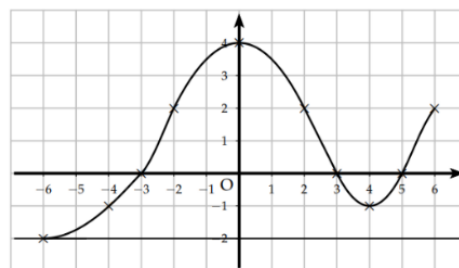


METHODE

- ♥ On obtient le domaine de définition de f en projetant le graphe sur l'axe (Ox) .
- ♥ On obtient l'ensemble des images par f en projetant le graphe sur l'axe (Oy) .

Exemple : le graphe ci-contre est celui d'une fonction f .

- Préciser D_f :
- Préciser l'image de 4 par f :
- Préciser les antécédents de $y = 2$ par f :
- Résoudre l'équation $f(x) = 0$:
- Quel est l'ensemble des images par f .



2. Signe d'une fonction

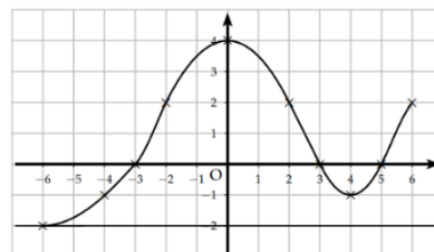
Etudier le « **signe** » d'une fonction f c'est dire sur quelle(s) partie(s) de D , $f(x) > 0$, $f(x) < 0$ et $f(x) = 0$.

Le « **tableau de signe** » permet de synthétiser cette étude.

METHODE : on peut déterminer « **graphiquement** » le signe de f en étudiant la position relative de son graphe par rapport à l'axe des abscisses.

- ♥ « C_f est au-dessus de l'axe (Ox) » $\Leftrightarrow \forall x \in D, f(x) > 0 \Leftrightarrow$ « **f est strictement positive sur D** ».
- ♥ « C_f est en-dessous de l'axe (Ox) » $\Leftrightarrow \forall x \in D, f(x) < 0 \Leftrightarrow$ « **f est strictement négative sur D** ».
- ♥ « C_f coupe l'axe (Ox) » $\Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow$ « **f s'annule** ».

Exemple : dresser le tableau de signe de la fonction f ci-contre.

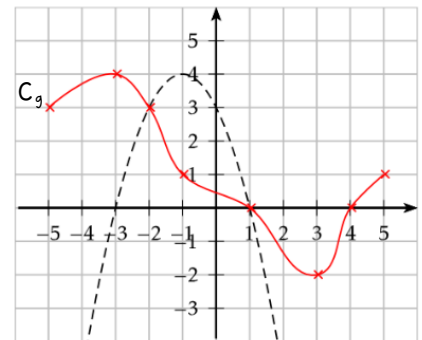


Soient f et g deux fonctions définies sur un ensemble D et soient C_f et C_g leurs graphes respectifs.

« **Comparer deux fonction f et g** » c'est dire sur quelle(s) partie(s) de D , $f(x) > g(x)$, $f(x) < g(x)$ et $f(x) = g(x)$.

METHODE : on compare « **graphiquement** » les fonctions f et g en étudiant la position relative de leurs graphes.

- ♥ « C_f est au-dessus de C_g » $\Leftrightarrow \forall x \in D, f(x) > g(x)$.
- ♥ « C_f est en-dessous de C_g » $\Leftrightarrow \forall x \in D, f(x) < g(x)$.
- ♥ « C_f coupe C_g » $\Leftrightarrow f(x) = g(x)$.



Exemple : étudier la position relative des graphes ci-contre.

METHODE : on a les équivalences suivantes : $f(x) > g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) > 0$

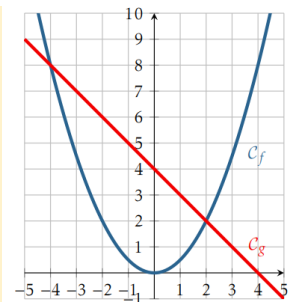
$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) < 0 \text{ et } f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0.$$

Par suite, comparer deux fonctions c'est étudier le signe de leur différence.

Le « **tableau de signe** » permet de synthétiser cette étude.

Exercice n°17 : considérons les fonctions $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ et $g(x) = -x + 4$.

1. Étudier la position relative de leur graphe sur \mathbb{R} .
2. Retrouver vos résultat à l'aide d'un tableau de signes.
3. Colorier les ensembles suivants :
 - 3a. $A = \{(x, y) / x \in [-5, 5] \text{ et } y \leq f(x)\}$.
 - 3b. $B = \{(x, y) / x \in [-5, 5] \text{ et } f(x) \leq y \leq g(x)\}$.
 - 3c. $C = \{(x, y) / x \in [-5, 5] \text{ et } g(x) \leq y \leq f(x)\}$.

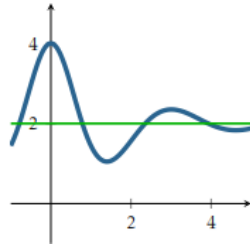


Exercice n°18 : représenter l'ensemble des points (x, y) du plan vérifiant :

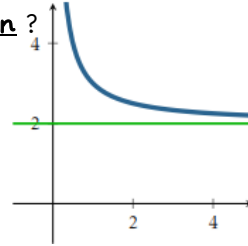
$$x \geq 0 \text{ et } 0 \leq y \leq 5 \text{ et } x + y \leq 7 \text{ et } 2x + y \leq 10.$$

3. Notions de limites

a. Lecture graphique des limites



Qu'observe-t-on ?

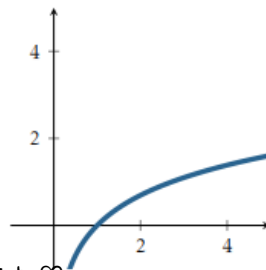
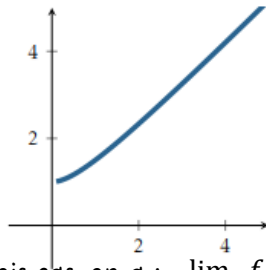
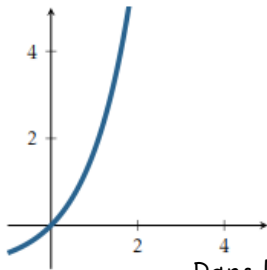


Dans les deux cas, on a : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$.

On traduit **graphiquement** le fait que :

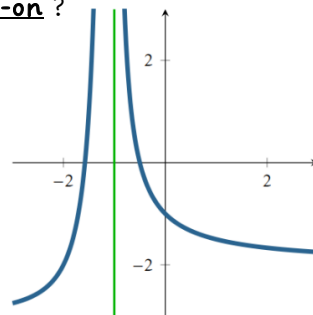
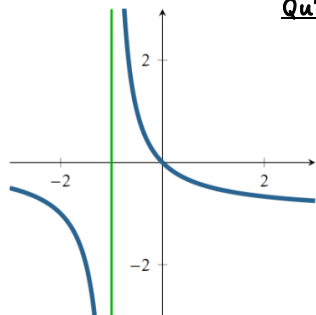
« C_f possède une asymptote horizontale d'équation $y = 2$ au voisinage de $+\infty$ ».

Qu'observe-t-on ?



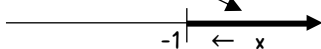
Dans les trois cas, on a : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Qu'observe-t-on ?



On traduit **graphiquement** en disant que C_f possède une « asymptote verticale d'équation $x = -1$ ».

x tend vers -1 , par la **droite**

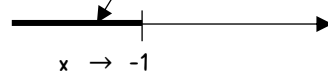


La limite « **à droite de f en -1** » si elle existe, est la limite de f en -1 mais **avec la contrainte $x > -1$** .

Dans ce cas, cette limite est unique et on note

alors : $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x)$ ou bien $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$.

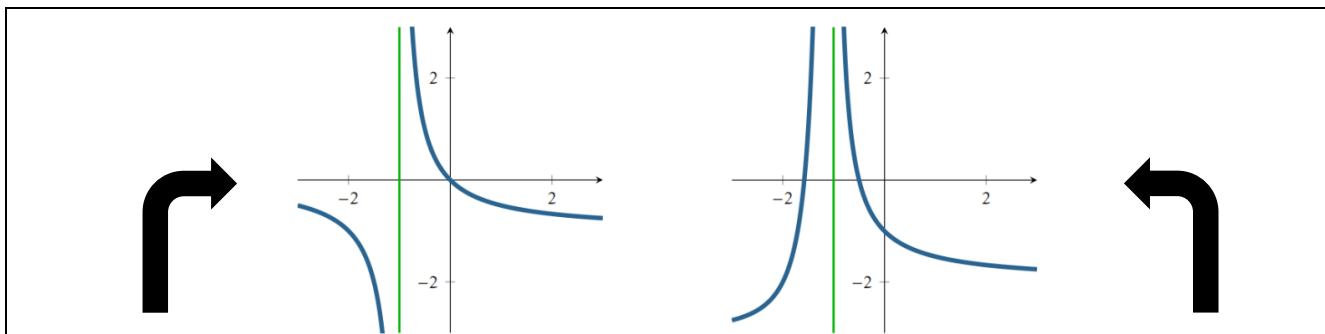
x tend vers -1 , par la **gauche**



La limite « **à gauche de f en -1** » si elle existe, est la limite de f en -1 mais **avec la contrainte $x < -1$** .

Dans ce cas, cette limite est unique et on note

alors : $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} f(x)$ ou bien $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$.



☠ Pour le graphe de gauche on a :

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$$

Les limites à gauche et à droite en -1 sont

DIFFERENTES

f ne possède pas de limite en -1 tout court !

Dans ce cas, **il est proscrit d'écrire : $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \dots$**

☠ Pour le graphe de droite on a :

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$$

Les limites à gauche et à droite en -1 sont **EGALES**

f possède une limite en -1 tout court !

Dans ce cas, **on peut écrire : $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$.**

b. Calcul de limites

Considérons une fonction f et notons D_f son domaine de définition. Le plus souvent, on est amené à dresser le tableau de variation complet, c'est-à-dire muni des « **limites aux bornes** ».

Domaine de définition	Limites aux bornes
$D_f = \mathbb{R} =]-\infty ; +\infty[$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
$D_f = [0 ; +\infty[$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
$D_f =]0 ; +\infty[$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
$D_f = \mathbb{R} - \{a\}$ $=]-\infty ; a [\cup] a ; +\infty [$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$

Les limites se comportent plutôt bien avec les opérations élémentaires sauf dans quelques situations que nous qualifieront de « **formes indéterminées** » : $\infty - \infty$, $0 \times \infty$, $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$.

☠ Être en présence d'une forme indéterminée ne signifie pas qu'on ne peut pas trouver la limite mais seulement qu'il faut éviter de faire des prédictions trop hasardeuses et surtout qu'il faut utiliser un outil adapté.

Pour les fonctions polynômes ou les fonctions rationnelles, on dispose d'une propriété.

🔗 **Proposition** : limite d'un polynôme ou d'une fonction rationnelle en l'infini

- La limite en l'infini d'une **fonction polynôme** est la limite de son terme de plus haut degré.
- La limite en l'infini d'une **fonction rationnelle** est la limite du quotient des termes de plus haut degré.

En présence du mélange (polynôme - exponentielle) ou (polynôme - logarithme) on peut lever les « **formes indéterminée** » via le théorème de croissances comparées.

Proposition : théorème de croissances comparées

Le principe général est que l'exponentielle est plus puissante que les puissances qui sont elles-mêmes plus puissantes que le logarithme.

- ♥ Au voisinage de $+\infty$ on a : si $n \in \mathbb{N}^*$: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = 0$.
- ♥ Au voisinage de 0 on a : si $a > 0$: $\lim_{x \rightarrow 0} x^n \times \ln(x) = 0$.
- ♥ Au voisinage de $-\infty$ on a : si $a > 0$: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^x = 0$.

Exercice n°19 : déterminer la limite en l'infini des fonctions $f(x) = x^3 + 4x + 7$ et $g(x) = \frac{2x^2-1}{x^2+7}$.

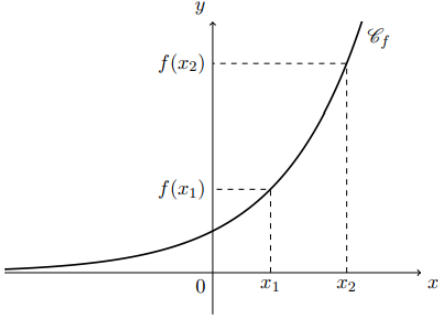
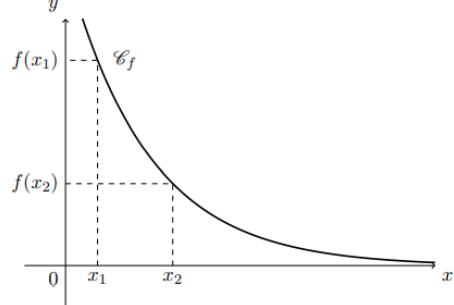
Exercice n°20 : montrer que le graphe des fonctions $f(x) = \frac{2x^2-1}{x^2+1}$ et $g(x) = \frac{e^x-1}{e^x+1}$ possède une asymptote horizontale au voisinage de plus et moins l'infini.

Exercice n°21 : considérons les fonctions $f(x) = \frac{2x^2-x}{x-2}$, $g(x) = \frac{e^x+1}{x^2}$.

Déterminer les limites aux points où elles ne sont pas définies. Donner une traduction graphique.

Exercice n°22 : après avoir déterminé leur ensemble de définition, déterminer les limites aux bornes des fonctions suivantes : $f(x) = (x^2 - 5x + 7) e^x$ et $g(x) = \ln(x) - x$.

4. Variation d'une fonction

Fonctions croissantes	Fonctions décroissantes
 <p>Graphe d'une fonction croissante</p>	 <p>Graphe d'une fonction décroissante</p>
<p>Dire que f est croissante c'est dire que :</p> <p>« lorsque la variable x augmente, son image f(x) augmente aussi ».</p>	<p>Dire que f est décroissante c'est dire que :</p> <p>« lorsque la variable x augmente, son image f(x) diminue ».</p>

☞ On étudie le sens de variation de f sur un « **intervalle I** » inclus dans l'ensemble de définition.

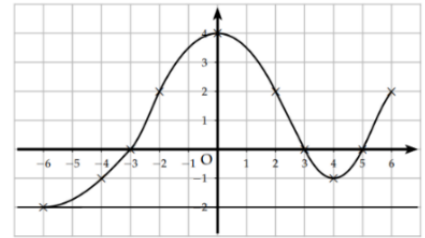
Définition n°9 : monotonie d'une fonction

CONSERVATION DE L'ORDRE : une fonction croissante sur I **conserve l'ordre** entre x_1 et x_2 et leurs images : $f(x_1)$ et $f(x_2)$: $\forall x_1, x_2 \in I, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$

INVERSION DE L'ORDRE : une fonction décroissante sur I **inverse l'ordre** entre x_1 et x_2 et leurs images : $f(x_1)$ et $f(x_2)$: $\forall x_1, x_2 \in I, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$

Remarque : le plus souvent, on résume le sens de variation dans un « **tableau de variation** ».

Exemple : dresser le tableau de variation de la fonction ci-contre.



Application de la dérivation au sens de variation d'une fonction : au lycée, il ne vous a pas échappé que le sens de variation d'une fonction est intimement lié au signe de sa dérivée.

Proposition : monotonie et signe de la dérivée

Soit f une fonction dérivable sur l'intervalle I avec

- $f'(x)$ **est nulle** alors f est constante sur I ,
- $f'(x)$ **positive** alors f est croissante sur I ,
- $f'(x)$ **négative** alors f est décroissante sur I ,

Exercice n°23 : après avoir déterminé leur domaine de définition, dresser le tableau de variation complet de chacune des fonctions ci-après : $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + 1$, $g(x) = \frac{x^2-5}{x-3}$, $h(x) = x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 3x + 10$.

Indication : on montrera que $h'(x) = (x - 1)(4x^2 + 13x + 3)$.

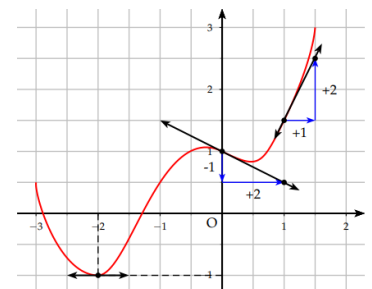
Exercice n°24 : montrer, à l'aide d'un tableau de variation que la fonction $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ est bornée.

Définition n°10 : si la fonction f est dérivable en a alors le « **nombre dérivé** » de f en a noté $f'(a)$

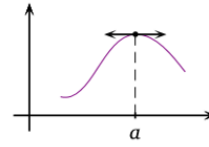
n'est autre que **le coefficient directeur de la tangente** T_a à C_f au point $A(a ; f(a))$.

Dans ce cas, la tangente T_a a pour équation : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.

Exemple : déterminer une équation des tangentes ci-contre.



☠ f dérivable en a avec $f'(a) = 0$ revient à dire que C_f possède une tangente « **horizontale** » au point $A(a ; f(a))$.



Exercice 25 : considérons la fonction $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 48x + 4$ et $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$.

1. Le graphe de f possède-t-il des tangentes horizontales ?
2. Déterminer si le graphe de g possède des points en lesquels la tangente est parallèle à la droite $D : y = -3x + 7$.

CORRECTION DES EXERCICES

Exercice n°1

$$A = 2x^3 + 2x^2 + 2x^2 + 2x + 3x + 3 = 2x^3 + 4x^2 + 5x + 3$$

$$B = 4 - 4x + x^2$$

$$C = (9x^2 + 6x + 1) - (x^2 + 4x + 4) = 8x^2 + 2x - 3$$

$$D = 1 + 2x + x^2 + 1 - x^2 = 2 + 2x$$

$$E = (a+b)(a+b)^2 = (a+b)(a+2ab+b^2) = a^3 + 2a^2b + ab^2 + ab + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$F = (a+(-b))^3 = a^3 + 3a^2(-b) + 3a(-b)^2 + (-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Exercice n°2

$$A = (x+2)[(3x^2+1) - (x+1)] = (x+2)(3x^2+1-x-1) = (x+2)(3x^2-x) = x(x+2)(3x-1)$$

$$B = (x-4)(x+4) + 3(x-4) = (x-4)[(x+4)+3] = (x-4)(x+7)$$

$$C = (x-1)(x-1) - (x-1)(x+3) = (x-1)[(x-1) - (x+3)] = (x-1)(x-1-x-3) = -4(x-1)$$

Exercice n°3

1. Pour tout réel x , $\frac{x+1}{x^2-4}$ existe $\Leftrightarrow x^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 4 \Leftrightarrow x \neq \pm 2$. L'expression $\frac{x+1}{x^2-4}$ est donc définie pour $x \in \mathbb{R} - \{\pm 2\}$. De même, pour tout réel x , $\frac{\sqrt{x}}{x-5}$ existe $\Leftrightarrow \sqrt{x}$ existe et $x - 5 \neq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$ et $x \neq 5$.

L'expression $\frac{\sqrt{x}}{x-5}$ est donc définie pour $x \in [0; 5[\cup]5; +\infty[$.

2. Pour $x \neq 1$, $3 \times \frac{2x+7}{x-1} = \frac{6x+21}{x-1}$

3. Pour $x \in \mathbb{R}$, $(x-1)(x+5) = x^2 + 4x - 5$ et $(x-1)(x-2) = x^2 - 3x + 2$.

L'expression $\frac{x^2+4x-5}{x^2-3x+2}$ existe $\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ et $x \neq 2$.

Par suite, pour $x \in \mathbb{R} - \{1, 2\}$, $\frac{x^2+4x-5}{x^2-3x+2} = \frac{(x-1)(x+5)}{(x-1)(x-2)} = \frac{x+5}{x-2}$.

4. Mise au même dénominateur

4a. Pour $x \in \mathbb{R} - \{1\}$, $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x-1} = \frac{x+3}{x-1}$

4b. Pour $x \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$, $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x} = \frac{x^2+3(x-1)}{x(x-1)} = \frac{x^2+3x-3}{x(x-1)}$.

4c. Pour $x \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$, $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 \times x + 3x(x-1) + (x-1)}{x^2(x-1)} = \frac{x^3+3x^2-2x-1}{x^2(x-1)}$

Exercice n°4 : le domaine de définition de chaque équation est \mathbb{R} .

1. $3x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ donc $S = \{-2\}$
2. $-x + 5 = 4x + 2 \Leftrightarrow -5x = -3 \Leftrightarrow x = 3/5$ donc $S = \{3/5\}$
3. $x^2 + x + 2 = (x-1)(x+2) \Leftrightarrow x^2 + x + 2 = x^2 + x - 2 \Leftrightarrow 2 = -2$ ce qui est impossible donc $S = \emptyset$
4. $x^2 + x = x(x+1) \Leftrightarrow x^2 + x = x^2 + x$ ce qui est toujours vraie donc $S = \mathbb{R}$

Exercice n°5 : le domaine de définition de chaque équation est \mathbb{R} .

$2x^2 + x - 6 = 0$: le discriminant vaut : $\Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times (-6) = 49 > 0$ donc l'équation possède deux solutions réelles : $x_1 = \frac{-1-\sqrt{49}}{4} = \frac{-8}{4} = -2$ et $x_2 = \frac{-1+\sqrt{49}}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$. Finalement, $S = \{-2, 3/2\}$.

$x^2 - 4x + 4 = 0$: le discriminant vaut : $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0$ donc l'équation possède une unique solution réelle : $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$. Finalement, $S = \{2\}$.

Autre méthode (meilleure) : $x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ et donc $S = \{2\}$.

$x^2 + x + 1 = 0$: le discriminant vaut : $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$ donc l'équation n'a pas de solution réelle. Finalement, $S = \emptyset$

Exercice n°6 : le domaine de définition de chaque équation est \mathbb{R} .

$x^2 + mx + 1 = 0$: le discriminant vaut : $\Delta = m^2 - 4 \times 1 \times 1 = m^2 - 4$.

✓ **1^{er} cas** : $m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 2$ ou $m = -2$ alors l'équation possède une unique solution $x_0 = \frac{-b}{2a} = -\frac{m}{2}$

Si $m = 2$ alors $x_0 = -1$ donc $S = \{-1\}$.

Si $m = -2$ alors $x_0 = 1$ et $S = \{1\}$.

✓ **2^{ième} cas** : $m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$ et l'équation n'a pas de solution réelle. Finalement, $S = \emptyset$.

✓ **3^{ième} cas** : $m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow m < -2$ ou $m > 2$ alors l'équation possède deux solutions réelles distinctes.

$x_1 = \frac{-m-\sqrt{m^2-4}}{2}$ et $x_2 = \frac{-m+\sqrt{m^2-4}}{2}$. Finalement, $S = \left\{ \frac{-m-\sqrt{m^2-4}}{2}, \frac{-m+\sqrt{m^2-4}}{2} \right\}$.

Exercice n°7 : le domaine de définition de chaque équation est \mathbb{R} .

$x^2 + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -6$. Cette dernière équation ne possède pas de solution réelle car $-6 < 0$. D'où : $S = \emptyset$.

$x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$ et donc $S = \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$.

$(2x - 3)^2 = 25 \Leftrightarrow (2x - 3)^2 = 25 \Leftrightarrow (2x - 3)^2 = 5^2 \Leftrightarrow 2x - 3 = 5$ ou $2x - 3 = -5 \Leftrightarrow 2x = 8$ ou $2x = -2$
 $\Leftrightarrow x = 4$ ou $x = -1$. Finalement, $S = \{4, -1\}$.

Exercice n°8 : le domaine de définition de chaque équation est \mathbb{R} .

$x^4 - 8x^2 + 7 = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x^4}_{X=x^2} - 8X + 7 = 0$: le discriminant vaut : $\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 7 = 36 > 0$ donc l'équation

possède deux solutions réelles : $X_1 = \frac{8-\sqrt{36}}{2} = \frac{2}{2} = 1$ et $X_2 = \frac{8+\sqrt{36}}{2} = \frac{14}{2} = 7$.

✓ **1^{er} cas** : $X = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -1$

✓ **2^{ième} cas** : $X = 7 \Leftrightarrow x^2 = 7 \Leftrightarrow x = \sqrt{7}$ ou $x = -\sqrt{7}$

Finalement, $S = \{-1, 1, \sqrt{7}, -\sqrt{7}\}$.

$x^4 + x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x^4}_{X=x^2} + X - 6 = 0$: le discriminant vaut : $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25 > 0$ donc l'équation

possède deux solutions réelles : $X_1 = \frac{-1-\sqrt{25}}{2} = \frac{-6}{2} = -3$ et $X_2 = \frac{-1+\sqrt{25}}{2} = \frac{4}{2} = 2$.

✓ **1^{er} cas** : $X = -3 \Leftrightarrow x^2 = -3$ ce qui est impossible car $-3 < 0$.

✓ **2^{ième} cas** : $X = 2 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$ ou $x = -\sqrt{2}$

Finalement, $S = \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$.

Exercice n°9 : le domaine de définition de chaque équation est \mathbb{R} .

$(x - 1) + (x + 4)(x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)[(x + (x + 4)(x - 1))] = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x + x^2 - x + 4x - 4) = 0$
 $\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + 4x - 4) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x - 1 = 0}_{PPN}$ ou $x^2 + 4x - 4 = 0$.

La première équation a pour solution $x = 1$.

Le discriminant de la deuxième vaut : $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 32 > 0$ donc l'équation possède deux solutions

réelles : $x_1 = \frac{-4-\sqrt{32}}{2} = \frac{-4-4\sqrt{2}}{2} = -2 - 2\sqrt{2}$ et $x_2 = \frac{-4+\sqrt{32}}{2} = \frac{-4+4\sqrt{2}}{2} = -2 + 2\sqrt{2}$.

Finalement, $S = \{1, -2 - 2\sqrt{2}, -2 + 2\sqrt{2}\}$.

$x^2(x + 1) = x(x^2 - 1)(2x + 1) \Leftrightarrow x(x + 1)[x - (x - 1)(2x + 1)] = 0 \Leftrightarrow x(x + 1)(2x^2 + 2x + 1) = 0$
 $\Leftrightarrow \underbrace{x = 0}$ ou $x + 1 = 0$ ou $2x^2 + 2x + 1 = 0$.

PPN

La première équation a pour solution $x = 0$

La deuxième équation a pour solution $x = -1$

Le discriminant de la troisième vaut : $\Delta = 2^2 - 4 \times 2 \times 1 = -4 < 0$ donc l'équation n'a pas de solution réelle.

Finalement, $S = \{0, -1\}$.

$3(x + 1)(x + 3) = (x + 3)^2 \Leftrightarrow (x + 3)[3(x + 1) - (x + 3)] = 0 \Leftrightarrow (x + 3)(2x) = 0$

$\Leftrightarrow \underbrace{x + 3 = 0}$ ou $2x = 0 \Leftrightarrow x = -3$ ou $x = 0$. Finalement, $S = \{0, -3\}$.

PPN

Exercice n°10

L'équation $\frac{x}{x+2} + \frac{2}{x} = -3$ est définie pour $x + 2 \neq 0$ et $x \neq 0$ donc le domaine de définition est $\mathbb{R} - \{-2, 0\}$.

Pour $x \in \mathbb{R} - \{-2, 0\}$, $\frac{x}{x+2} + \frac{2}{x} = -3 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2(x+2)}{x(x+2)} = -3 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 2 = -3x(x + 2)$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 2 = -3x^2 - 6x \Leftrightarrow 4x^2 + 8x + 2 = 0$: le discriminant vaut : $\Delta = 8^2 - 4 \times 4 \times 2 = 32 > 0$ donc

l'équation possède deux solutions réelles : $x_1 = \frac{-8-\sqrt{32}}{8} = \frac{-8-4\sqrt{2}}{8} = \frac{-2-\sqrt{2}}{2}$ et $x_2 = \frac{-2+\sqrt{2}}{2}$. Finalement,

$S = \{\frac{-2-\sqrt{2}}{2}, \frac{-2+\sqrt{2}}{2}\}$.

L'équation $\frac{x-4}{x+4} = 0$ est bien définie pour $x + 4 \neq 0$ donc le domaine de définition est $\mathbb{R} - \{-4\}$.

Pour $x \in \mathbb{R} - \{-4\}$, $\frac{x-4}{x+4} = 0 \Leftrightarrow x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4$. Finalement, puisque $x = 4 \in \mathbb{R} \setminus \{-4\}$ alors $S = \{4\}$.

L'équation $\frac{x+2}{x+1} + 4 = \frac{5x}{x+2}$ est bien définie pour $x + 1 \neq 0$ et $x + 2 \neq 0$ donc le domaine de définition est $\mathbb{R} - \{-2, -1\}$.

Pour $x \in \mathbb{R} - \{-2, -1\}$, $\frac{x+2}{x+1} + 4 = \frac{5x}{x+2} \Leftrightarrow \frac{x+2}{x+1} + 4 - \frac{5x}{x+2} = 0 \Leftrightarrow \frac{(x+2)^2 + 4(x+1)(x+2) - 5x(x+1)}{(x+1)(x+2)} = 0$

$\Leftrightarrow (x + 2)^2 + 4(x + 1)(x + 2) - 5x(x + 1) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + 4(x^2 + 2x + x + 2) - 5x^2 - 5x = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + 4x^2 + 12x + 8 - 5x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow 11x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{12}{11}$$

Finalement, puisque $x = -\frac{12}{11} \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1\}$ alors $S = \left\{-\frac{12}{11}\right\}$.

Exercice n°11 : les inéquations sont polynômiales de degré 1 et elles ont pour ensemble de définition est \mathbb{R} .

Pour $x \in \mathbb{R}, 2x + 1 < 0 \Leftrightarrow 2x < -1 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$ et donc $S =]-\infty; -\frac{1}{2}[$.

Pour $x \in \mathbb{R}, -6x + 3 \leq 0 \Leftrightarrow -6x \leq -3 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$ et donc $S = \left[\frac{1}{2}; +\infty[$.

Exercice n°12 : les inéquations polynômiales de degré 2 et elles ont pour ensemble de définition est \mathbb{R} .

$x^2 + x + 1 < 0$: le discriminant du premier trinôme vaut : $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$ donc il ne possède pas de racine réelle et il est toujours du signe de $a = 1$ donc positif. Par suite, $S = \emptyset$.

$x^2 + 3x - 4 \leq 0$: le discriminant du deuxième trinôme vaut : $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 25 > 0$ donc il possède

deux racines réelles : $x_1 = \frac{-3-\sqrt{25}}{2} = \frac{-3-5}{2} = -4$ et $x_2 = \frac{-3+\sqrt{25}}{2} = \frac{-3+5}{2} = 1$.

Le trinôme est du signe de $-a = -1 < 0$ entre les racines donc $S = [-4; 1]$.

Exercice n°13 : l'inéquation : $mx^2 + 4x + 1 \geq 0$ a pour ensemble de définition est \mathbb{R} .

Traitons le cas particulier où $m = 0$ car dans ce cas, on a un inéquation de degré 1 : $4x + 1 \geq 0$ qui a pour ensemble solution $S =]-1/4; +\infty[$.

Dans la suite, on considère m non nul. Le discriminant vaut : $\Delta = 4^2 - 4 \times m \times 1 = 16 - 4m$.

✓ **1^{er} cas** : $16 - 4m \leq 0 \Leftrightarrow 4 \leq m$ alors le trinôme est toujours du signe de $a = m = 4$ donc positif donc $S = \mathbb{R}$.

✓ **2^{ième} cas** : $16 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < 4$: le trinôme possède deux racines réelles distinctes.

$$x_1 = \frac{-4-\sqrt{16-4m}}{2m} = \frac{-1-\sqrt{4-m}}{m} \text{ et } x_2 = \frac{-1+\sqrt{4-m}}{m}$$

1^{er} sous cas : $0 < m < 4$ alors $x_1 < x_2$ et le trinôme est du signe de $a = m$ positif en dehors des racines donc

$$S =]-\infty; \frac{-1-\sqrt{4-m}}{m}] \cup \left[\frac{-1+\sqrt{4-m}}{m}; +\infty[.$$

2^{ième} sous cas : $m < 0$ alors $x_2 < x_1$ et le trinôme est du signe de $-a = -m$ positif entre les racines donc

$$S = \left[\frac{-1+\sqrt{4-m}}{m}; \frac{-1-\sqrt{4-m}}{m}\right].$$

Exercice n°14 : les inéquations polynômiales de degré 2 et elles ont pour ensemble de définition est \mathbb{R} .

$x^2 - 6 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 \leq 6$ qui a pour solutions $S = [-\sqrt{6}; \sqrt{6}]$.

$x^2 + 2x < 2(x + 2) \Leftrightarrow x^2 + 2x < 2x + 4 \Leftrightarrow x^2 < 4$ qui a pour solutions $S =]-2; 2[$.

$2x^2 \geq (x + 1)^2 - 2x \Leftrightarrow 2x^2 \geq x^2 + 2x + 1 - 2x \Leftrightarrow x^2 \geq 1$ qui a pour solution $S =]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$.

Exercice n°15 : les inéquations $(2x+1)(x+7)(x-3) \geq 0$ et $2x(x+1)^2 < (1-3x)(x+1)^2$ ont pour ensemble de définition est \mathbb{R} .

Pour la première, on dresse un tableau de signes.

x	$-\infty$	-7	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$	$S = [-7; -\frac{1}{2}] \cup [3; +\infty[.$	
$2x + 1$	-	-	0	+	+		
$x + 7$	-	0	+	+	+		
$x - 3$	-	-	-	0	+		
Produit	-	0	+	0	-		0

Pour la seconde, on a : $2x(x+1)^2 < (1-3x)(x+1)^2 \Leftrightarrow 2x(x+1)^2 - (1-3x)(x+1)^2 < 0$
 $\Leftrightarrow (x+1)^2[(2x - (1-3x))] < 0 \Leftrightarrow (x+1)^2(2x - 1 + 3x) < 0 \Leftrightarrow (x+1)^2(5x - 1) < 0$.

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{5}$	$+\infty$		
$(x+1)^2$		+	0	+		
$5x-1$		-	-	0	+	
Produit		-	0	-	0	+

$$S =]-\infty; -1[\cup]-\frac{1}{5}; +\infty[.$$

L'inéquation $\frac{x-4}{x+4} > 0$ est bien définie pour $x+4 \neq 0$ donc le domaine de définition est $\mathbb{R} - \{-4\}$.

x	$-\infty$	-4	4	$+\infty$		
$x-4$		-	-	0	+	
$x+4$		-	0	+	+	
quotient		+		-	0	+

$$S =]-\infty; -4[\cup]4; +\infty[.$$

L'inéquation $\frac{x+2}{x+1} + 4 \leq \frac{5x}{x+2}$ est bien définie pour $x+1 \neq 0$ et $x+2 \neq 0$ donc le domaine de définition est $\mathbb{R} - \{-2, -1\}$.

$$\text{Pour } x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1\}, \frac{x+2}{x+1} + 4 \leq \frac{5x}{x+2} \Leftrightarrow \frac{x+2}{x+1} + 4 - \frac{5x}{x+2} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(x+2)^2 + 4(x+1)(x+2) - 5x(x+1)}{(x+1)(x+2)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{11x+12}{(x+1)(x+2)} \leq 0$$

x	$-\infty$	-2	$-\frac{12}{11}$	-1	$+\infty$			
$11x+12$		-	-	0	+	+		
$x+1$		-	-	-	0	+		
$x+2$		-	0	+	+	+		
quotient		-		+	0	-		+

$$S =]-\infty; -2[\cup]-\frac{12}{11}; -1[.$$

Exercice n°16 : ensemble de définition

La fonction $x \mapsto 2x^3 + 4x - 2$ est définie sur \mathbb{R} comme fonction polynôme.

La fonction $x \mapsto \frac{2x+4}{x^2-x}$ est une fonction rationnelle définie pour $x^2 - x$ non nul soit $x(x-1)$ non nul donc définie sur $\mathbb{R} - \{0, 1\}$.

La fonction $x \mapsto x + \ln(x)$ est définie sur $]0; +\infty[$ car $\ln(x)$ existe pour $x > 0$.

La fonction $x \mapsto x^2 e^x$ est définie sur \mathbb{R} comme produit de telles fonctions.

La fonction $x \mapsto \frac{e^x}{(x-2)(x-4)}$ est le quotient d'une fonction définie sur \mathbb{R} par une fonction polynôme donc elle est définie pour $(x-2)(x-4)$ non nul soit sur $\mathbb{R} - \{2, 4\}$.

La fonction $x \mapsto \ln(x^2 - 1)$ est définie pour $x^2 - 1 > 0$ soit $x^2 > 1$ donc sur $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$.

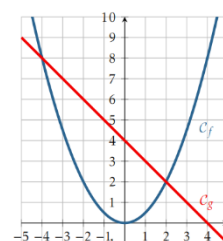
La fonction $x \mapsto \sqrt{-x+5}$ est définie pour $-x+5$ positif soit $x \leq 5$ donc elle est définie sur $]-\infty; 5]$.

Exercice n°17 : considérons les fonctions $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ et $g(x) = -x + 4$.

1) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x \in \{-4, 2\}$: intersection de la droite et de la parabole.

$f(x) > g(x) \Leftrightarrow x \in]-\infty; -4[\cup]2; +\infty[$: parabole au-dessus de la droite.

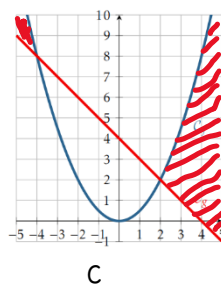
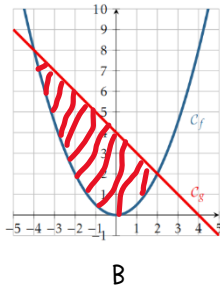
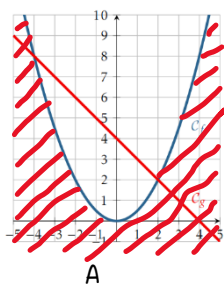
$f(x) < g(x) \Leftrightarrow x \in]-4; 2[$: parabole en dessous de la droite.



2) Pour tout réel x , $f(x) - g(x) = \frac{1}{2}x^2 - (-x + 4) = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$: $\Delta = 1^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times (-4) = 9 > 0$ donc le trinôme possède deux racines réelles : $x_1 = \frac{-1-\sqrt{9}}{1} = -4$ et $x_2 = \frac{-1+\sqrt{9}}{1} = 2$.

x	$-\infty$	-4	2	$+\infty$		
$f(x) - g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
Position relative	C_f au-dessus de C_g		C_f en-dessous de C_g	C_f au-dessus de C_g		

3) Coloriage : régionnement du plan



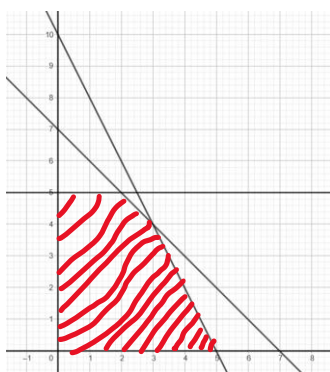
Exercice n°18

La condition $x \geq 0$ nous dit de considérer le demi-plan à droite de l'axe des ordonnées.

La condition $0 \leq y \leq 5$ nous dit de considérer les points situés dans une bande horizontale délimitée par l'axe des abscisses et la droite d'équation $y = 5$.

La condition $x + y \leq 7$ nous dit de considérer le demi-plan délimité par la droite $D : y = -x + 7$ contenant l'origine (qui vérifie l'inéquation).

• La condition $2x + y \leq 10$ nous dit de considérer le demi-plan délimité par la droite $D' : y = -2x + 10$ contenant l'origine (qui vérifie l'inéquation).



Exercice n°19

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 + 4x + 7 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$ alors que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + 4x + 7 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$ car la limite d'un polynôme au voisinage de l'infini est la limite de son terme de plus haut degré.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2-1}{x^2+7} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$ car la limite en l'infini d'une fonction rationnelle est la limite du quotient des termes de plus haut degré.

Exercice n°20

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$ donc le graphe de cette fonction possède une asymptote horizontale d'équation $y = 2$ au voisinage de plus et moins l'infini.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x-1}{e^x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x(1-e^{-x})}{e^x(1+e^{-x})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}} = 1$ car $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$ et ainsi le graphe de cette fonction possède une asymptote horizontale d'équation $y = 1$ au voisinage de plus l'infini.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - 1}{e^{x+1}} = -1$ car $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ et ainsi le graphe de cette fonction possède une asymptote horizontale d'équation $y = -1$ au voisinage de moins l'infini.

Exercice n°21

La fonction $f(x) = \frac{2x^2 - x}{x - 2}$ est rationnelle. Elle est définie pour $x - 2$ non nul donc $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$.

$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x^2 - x}{x - 2} = \frac{6}{0^-} = -\infty$ tandis que : $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x^2 - x}{x - 2} = \frac{6}{0^+} = +\infty$. On en déduit que le graphe de cette fonction possède une asymptote verticale d'équation $x = 2$.

La fonction $g(x) = \frac{e^x + 1}{x^2}$ est définie pour x^2 non nul donc $D_g = \mathbb{R} - \{0\}$.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + 1}{x^2} = \frac{2}{0^+} = +\infty$. On en déduit que le graphe de cette fonction possède une asymptote verticale d'équation $x = 0$.

Exercice n°22

La fonction f est définie sur \mathbb{R} comme produit d'une fonction polynôme par la fonction exponentielle toutes deux définies sur \mathbb{R} .

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 5x + 7) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ donc par produit $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 5x + 7) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ donc on est face à une forme indéterminée (F1) : « $0 \times \infty$ »

Cependant, le théorème de croissances comparées nous dit que l'exponentielle emporte la bataille et donc

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

La fonction g est définie sur $]0; +\infty[$ comme différence de la fonction \ln et d'une polynôme.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(x)) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$ donc par différence, on est face à une forme indéterminée (F1) :

« $\infty - \infty$ ». On écrit alors : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{\ln(x)}{x} - 1 \right)$.

Le théorème de croissances comparées nous dit que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$. Ainsi, par différence et par produit,

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$.

$\lim_{x \rightarrow 0} (\ln(x)) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 0} x = 0$ donc par différence, on a : $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$.

Exercice n°23

f est définie et dérivable sur \mathbb{R} comme fonction polynôme et $f'(x) = x^2 + 4x - 5 : \Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 36 > 0$

donc le trinôme possède deux racines réelles : $x_1 = \frac{-4 - \sqrt{36}}{2} = -5$ et $x_2 = \frac{-4 + \sqrt{36}}{2} = 1$.

x	$-\infty$	-5	1	$+\infty$			
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	\nearrow	$103/3$	\searrow	$-5/3$	\nearrow	$+\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1/3 x^3 = +\infty$ alors que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 1/3 x^3 = -\infty$.

La fonction $g(x) = \frac{x^2 - 5}{x - 3}$ est définie et dérivable sur $\mathbb{R} - \{3\}$ comme fonction rationnelle et

$g'(x) = \frac{2x(x-3) - (x^2-5)}{(x-3)^2} = \frac{x^2 - 6x + 5}{(x-3)^2}$ est du signe de son numérateur.

$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 5 = 16 > 0$ donc le trinôme possède deux racines réelles : $x_1 = \frac{6 - \sqrt{16}}{2} = 1$ et

$x_2 = \frac{6 + \sqrt{16}}{2} = 5$.

x	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$						
g'		$+$	0	$-$	$ $	$-$	0	$+$			
g	$-\infty$	\nearrow	2	\searrow	$-\infty$	$ $	$+\infty$	\searrow	10	\nearrow	$+\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 5}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 5}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2-5}{x-3} = \frac{4}{0^-} = -\infty \text{ tandis que : } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2-5}{x-3} = \frac{4}{0^+} = +\infty.$$

h est définie et dérivable sur \mathbb{R} comme fonction polynôme et $h'(x) = 4x^3 + 9x^2 - 10x - 3$.

D'autre part, $(x-1)(4x^2+13x+3) = 4x^3 + 13x^2 + 3x - 4x^2 - 13x - 3 = 4x^3 + 9x^2 - 10x - 3 = h'(x)$.

$4x^2+13x+3 : \Delta = 13^2 - 4 \times 4 \times 3 = 121 > 0$ donc le trinôme possède deux racines réelles : $x_1 = \frac{-13-\sqrt{121}}{8} = -3$

et $x_2 = \frac{-13+\sqrt{121}}{8} = -\frac{1}{4}$.

x	$-\infty$	-3	$-\frac{1}{4}$	1	$+\infty$				
$x-1$		-	-	0	+				
$4x^2+13x+3$		+	0	-	0	+			
f'		-	0	+	0	-	0	+	
f	$+\infty$	\searrow	-20	\nearrow	$\frac{2661}{256}$	\searrow	6	\nearrow	$+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} x^4 = +\infty$$

Exercice n°24

La fonction $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ est définie et dérivable sur \mathbb{R} comme fonction rationnelle dont le dénominateur ne s'annule pas. De plus, $f'(x) = \frac{2(x^2+1)-4x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{2-2x^2}{(x^2+1)^2}$ est du signe de son numérateur.

$f'(x) = \frac{2(x^2+1)-4x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{2-2x^2}{(x^2+1)^2}$ est du signe de son numérateur.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
f'		-	0	+	0	-	
f	0	\searrow	-1	\nearrow	1	\searrow	0

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{2x}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{2}{x} = 0.$$

D'après le tableau de variation ci-dessus, on peut dire que : pour tout réel x , $-1 \leq f(x) \leq 1$ ce qui nous dit que la fonction f est bornée entre -1 et 1 .

Exercice 25 : considérons la fonction $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 48x + 4$ et $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$.

1) La fonction f est définie et dérivable sur \mathbb{R} comme fonction polynôme et $f'(x) = 6x^2+18x-48$.

Dans ce cas, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2+18x-48=0 \Leftrightarrow x^2+2x-8=0 : \Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 36 > 0$ donc le trinôme

possède deux racines réelles : $x_1 = \frac{-2-\sqrt{36}}{2} = -4$ et $x_2 = \frac{-2+\sqrt{36}}{2} = 2$.

On en déduit que le graphe de f possède des tangentes horizontales aux points d'abscisses $x = -4$ et $x = 2$.

2) La fonction g est définie et dérivable sur $\mathbb{R} - \{2\}$ comme fonction rationnelle. De plus, pour $x \in \mathbb{R} - \{2\}$,

$$g'(x) = \frac{(x-2)-(x+1)}{(x-2)^2} = -\frac{3}{(x-2)^2}.$$

Si on note T la tangente au graphe de g au point d'abscisse x alors dire que T est parallèle à la droite

$D : y = -3x + 7$ signifie que $g'(x) = -3$ car deux droites sont parallèles lorsqu'elles ont le même coefficient directeur.

Par suite, $g'(x) = -3 \Leftrightarrow -\frac{3}{(x-2)^2} = -3 \Leftrightarrow \frac{1}{(x-2)^2} = 1 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 1 \Leftrightarrow x-2 = 1$ ou $x-2 = -1 \Leftrightarrow x = 3$ ou $x = 1$.

Ainsi, aux points d'abscisses $x = 3$ et $x = 1$, la tangente au graphe est parallèle à la droite D .